

05.02.92



# FOLIA FORESTALIA

METSÄNTUTKIMUSLAITOS  
THE FINNISH FOREST RESEARCH INSTITUTE  
HELSINKI 1991

774

Kari T. Korhonen

SEKAMALLITEKNIKALLA LAADITTUJEN RUNKOKÄYRÄMALLIEN  
KÄYTTÖ METSÄNINVENTOINNISSA

Using taper curve models based on mixed linear models  
in forest inventory

METSÄNTUTKIMUSLAITOS  
Elojoki



# METSÄNTUTKIMUSLAITOS

## THE FINNISH FOREST RESEARCH INSTITUTE

Osoite: Unioninkatu 40 A  
Address: SF-00170 Helsinki, Finland

Puhelin: (90) 857 051  
Phone:

Telex: 121286 metla sf  
Telefax: (90) 625 308

Ylijohtaja: <i>Director:</i>	Professori <i>Professor</i>	Eljas Pohtila
Julkaisujen jakelu: <i>Distribution of publications:</i>	Kirjastonhoitaja <i>Librarian</i>	Liisa Ikävalko-Ahvonon
Julkaisujen toimitus: <i>Editorial office:</i>	Toimittajat <i>Editors</i>	Seppo Oja Tommi Salonen

Metsäntutkimuslaitos on maa- ja metsätalousministeriön alainen vuonna 1917 perustettu valtion tutkimuslaitos. Sen päätehtävänä on Suomen metsätaloutta sekä metsävarojen ja metsien tarkoituksenmukaista käyttöä edistävä tutkimus. Metsäntutkimustyötä tehdään lähes 800 hengen voimin yhdeksällä tutkimusosastolla ja kymmenellä tutkimus- ja koeasemalla. Tutkimus- ja koetoimintaa varten laitoksella on hallinnassaan valtion-metsiä yhteensä n. 150 000 hehtaaria, jotka on jaettu 17 tutkimusalueeseen ja joihin sisältyy kaksi kansallis- ja viisi luonnonpuistoa. Kenttäkokeita on käynnissä maan kaikissa osissa.

*The Finnish Forest Research Institute, established in 1917, is a state research institution subordinated to the Ministry of Agriculture and Forestry. Its main task is to carry out research work to support the development of forestry and the expedient use of forest resources and forests. The work is carried out by means of 800 persons in nine research departments and ten research stations. The institute administers state-owned forests of over 150 000 hectares for research purposes, including two national parks and five strict nature reserves. Field experiments are in progress in all parts of the country.*



## FOLIA FORESTALIA 774

Metsäntutkimuslaitos. Institutum Forestale Fenniae. Helsinki 1991

Kari T. Korhonen

SEKAMALLITEKNIIKALLA LAADITTUJEN RUNKOKÄYRÄMALLIEN  
KÄYTTÖ METSÄNINVENTOINNISSAUsing taper curve models based on mixed linear models  
in forest inventory*Approved on 27.8.1991*

## SISÄLLYS

1. JOHDANTO .....	3
11. Tutkimuksen tausta .....	3
12. Tutkimustehtävä .....	4
2. AINEISTO .....	4
3. MENETELMÄT .....	5
31. Puun runkokäyrän mallittaminen .....	5
32. Koepuiden käytön tutkiminen .....	5
4. RUNKOKÄYRÄMALLIT MÄNNYLLE, KUUSELLE JA KOIVULLE .....	6
41. Lasketut parametrit ja kovarianssimatriisit .....	6
42. Parametrien ja kovarianssimatriisien tulkinta .....	6
43. Runkokäyrämallien käyttö .....	7
431. Pääkomponenttianalyysin soveltaminen .....	7
432. Peruskulmien läpimittojen estimointi .....	8
44. Harhattomuuskorjaukset .....	8
5. RUNKOKÄYRÄMALLIEN LUOTETTAVUUS .....	8
51. Estimaattien luotettavuuden kriteerit .....	8
52. Läpimittaestimaattien luotettavuus .....	9
53. Tilavuusestimaattien luotettavuus .....	9
6. PÄÄKOMONENTTITIEN ENNUSTAMINEN .....	13
7. TULOKSET .....	13
71. Puittaiset tilavuusestimaatit .....	13
72. Keskitilavuusestimaatit .....	14
8. TULOsten TARKASTELU .....	16
81. Runkokäyrämalleissa havaitut puutteet .....	16
82. Tutkimuksen suuntaaminen jatkossa .....	18
KIRJALLISUUS .....	19
SUMMARY .....	19
LIITTEET .....	23



Korhonen, K.T. 1991. Sekamallitekniikalla laadittujen runkokäyrämallien käyttö metsäinventoinnissa. Summary: Using taper curve models based on mixed linear models in forest inventory. *Folia Forestalia* 774. 27 p.

Tutkimuksessa esitetään männylle, kuuselle ja koivulle runkokäyrämallit, jotka koostuvat sekamallitekniikalla laadituista eri korkeuksien läpimittoja estimoivista yhtälöistä. Runkokäyrämallien antamien läpimitta- ja tilavuusestimaattien luotettavuutta testattiin olettaen puista mitatuksi eri tunnuksia. Mallien havaittiin antavan tutkituissa tilanteissa yhtä luotettavia tilavuusestimaatteja kuin nykyisin käytössä olevat mallit. Laadittujen mallien merkittävimmät edut ovat:

- 1) mallien käyttö ei edellytä puun pituuden tuntemista,
- 2) miltä tahansa korkeudelta mitattua läpimittaa voidaan käyttää hyväksi runkokäyrän estimoinnissa,
- 3) malleihin on sisäänrakennettuna menetelmä koepuista mitatun tiedon siirtämiseen lukupuille koealakohtaisesti ja
- 4) mallien antamien läpimittaestimaattien keskivirhe voidaan estimoida.

Laadittuja runkokäyrämalleja testattiin myös valtakunnan metsien inventoinnin koepuilla. Tutkimuksen tulos oli, että sekamallitekniikalla laadituilla runkokäyrämalleilla voidaan estimoida yksittäisten puiden tilavuudet selvästi luotettavammin kuin kiinteäparametrisella tilavuusmallilla. Runkokäyrämalleilla lasketut keskitilavuusestimaatit olivat kuitenkin useissa tapauksissa selvästi harhaisia.

Taper curve models for pine, spruce and birch were estimated using mixed linear models. The taper curve models were tested assuming different dimensions measured. Results showed e.g. that when the diameter at breast height and height are measured the root mean square error of the volume estimate is about equal to the rmse obtained with volume functions. If height is measured only for few sample trees in some cases the volume estimates for tally trees are significantly biased.

Keywords: forest inventory, mixed linear models, taper curve models.  
FDC 52--015.5

Author's address: Finnish Forest Research Institute, Joensuu Research Station, P.O. Box 68, SF-80101 Joensuu, Finland.

ISBN 951-40-1162-7  
ISSN 0015-5543  
Helsinki 1991. Valtion painatuskeskus



# 1. Johdanto

## 11. Tutkimuksen tausta

Puun rungon tilavuus on hankalasti mitattava tunnus. Tämän vuoksi metsänarvioimisen keskeinen tutkimusongelma on ollut rungon tilavuutta estimoivien mallien laadinta. Etenkin suomalaisissa tutkimuksissa on rungon tilavuutta lähdetty usein mallittamaan runkokäyrämallien avulla. Kun puun runkokäyräestimaatti tunnetaan, voidaan rungon minkä tahansa osan tilavuus laskea analyyttisellä tai numeerisella integroinnilla.

Puun tilavuutta tai runkokäyrää kuvaavissa malleissa lähtökohtana käytetään yleisesti rinnankorkeusläpimittaa. Inventoinneissa sovelletaan yleisesti kaksivaiheisia otantamenetelmiä, joissa ensimmäisen vaiheen otoksella estimoidaan puuston runkolukusarja mittaamalla puiden rinnankorkeusläpimittoja. Toisen vaiheen otoksessa mitataan puista myös muita rungon dimensioita kuvaavia tunnuksia kuin rinnankorkeusläpimittaa. Näiksi niin sanotuiksi koepuutunnuksiksi ovat Suomessa vakiintuneet pituus ja läpimitta kuuden metrin korkeudella.

Inventointitulosten laskemiseksi tarvitaan malleja, joilla mitatuista tunnuksista voidaan esti-

moida puuston tilavuus puutavaralajeittain. Mallien on voitava käyttää hyväksi koepuista mitattavaa informaatiota puiden runkomuodosta. Mikäli mallit käyttävät myös ennakkoinformaatiota oikealla painolla, voidaan päästä luotettavampiin tuloksiin kuin käytettäessä joko pelkästään koepuumittaustietoa tai pelkästään mallien sisältämää ennakkoinformaatiota.

Suomen valtakunnan metsien inventoinnin (VMI) tulosten laskentamenetelmässä on painotettu koepuumittauksia enemmän kuin ennakkoinformaatiota. VMI:ssä lasketaan koepuille puutavaralajeittaiset tilavuudet Laasasenahon (1982) runkokäyrämalleilla. Muun muassa metsälautakunnan, puulajin, veroluokan ja puuluokan määrittämissä ositteissa lasketaan läpimittaluokittain tilavuustunnusten keskiarvot. Koepuille laske-  
tut tilavuustunnukset siirretään ositteittain ja läpimittaluokittain lukupuille, joita summaamalla saadaan lasketuksi aluekohtaisia tilavuustunnuksia.

Pystymittatulosten (PMP) laskentajärjestelmässä on pyritty minimoimaan koepuumittauksen määrää ennakkoinformaatiota käyttämällä. PMP-järjestelmissä leimikosta oletetaan mitatuksi joukko koepuita, joista tunnetaan rinnankorkeus-

## Merkinnät – Notation

$d$	=	läpimitta rinnankorkeudella	$b$	=	estimoitu harha = todellisen ja estimoidun läpimitan tai tilavuuden erotuksen keskiarvo
$d$	=	<i>diameter at breast height</i>	$b$	=	<i>estimated bias = mean difference between real and estimated diameter or volume</i>
$d_6$	=	läpimitta kuuden metrin korkeudella maasta tai kannosta	$sd$	=	jäännösvirhe = todellisen ja estimoidun läpimitan tai tilavuuden erotuksen keskihajonta
$d_6$	=	<i>diameter at the height of six meters</i>	$sd$	=	<i>residual error = the standard deviation of difference between real and estimated diameter of volume</i>
$h$	=	puun pituus syntypisteestä latvaan	$sb$	=	estimaatin residuaalin koelakohtainen komponentti
$h$	=	<i>height</i>	$sb$	=	<i>the plotwise component of the residual error</i>
$v$	=	rungon kuorellinen tilavuus syntypisteestä latvaan	$sw$	=	estimaatin residuaalin puukohtainen komponentti
$v$	=	<i>stem volume</i>	$sw$	=	<i>the tree-wise component of the residual error</i>
$D(u)$	=	läpimitta kulmassa $u$	RMSE	=	keskivirhe = $b^2 + sd^2$
$D(u)$	=	<i>diameter at angle <math>u</math></i>	RMSE	=	root mean square error = $b^2 + sd^2$
$d(u)$	=	kulman $u$ läpimitan luonnollinen logaritmi			
$d(u)$	=	<i>logarithmic diameter at angle <math>u</math></i>			



läpimitta ja pituus sekä mahdollisesti yläläpimitta. Koepuille lasketaan tilavuudet Laasasenahon (1982) runkokäyrämalleilla. Lukupuiden tilavuudet lasketaan polynomimallilla, jonka kertoimet ratkaistaan leimikon koepuualuekohtaisesti. Kertoimien laskennassa mitatut koepuut muodostavat kukin yhden havainnon. Lisäksi käytetään ennakkoinformaationa keinotekoisia havaintoja, jotka ovat kattava otos leimikon läpimittajakaumasta. ”Keksityille” havainnoille lasketaan tilavuudet yleisillä tilavuusmalleilla. Ennakkoinformaation ja otosinformaation painojen suhde määräytyy puiden tilavuuden leimikoiden välisen ja sisäisen varianssin suhteen mukaan (Pekkonen 1983).

Tässä tutkimuksessa esitetään puuston tilavuuden laskentajärjestelmä, jossa ennako- ja otosinformaation yhdistämiseen liittyvät ongelmat on pyritty ratkaisemaan lineaarisin sekamalleihin perustuvilla runkokäyrillä.

## 12. Tutkimustehtävä

Tutkimuksen tehtävä on tutkia runkokäyrämallien ja koepuiden käyttöä suuralueen inventoinnin tilavuustunnusten laskennassa. Tutkimushypoteesi on, että käyttämällä satunnaisparametrimalleja voidaan yksittäisen puun ja puujoukon

tilavuustunnukset estimoida luotettavasti vähemmillä mittauksilla kuin käyttämällä kiinteäparametrisia malleja. Hypoteesia testataan empiiristi simuloimalla valtakunnan metsien inventoinnin aineistolla koepuuotoksia ja vertaamalla erilaisia malleja käyttävillä laskentamenetelmillä saatujen estimaattien luotettavuuksia.

Tutkimuksessa laaditaan tilavuuden laskentajärjestelmä, joka sisältää menetelmän olemassa olevien mallien ja inventoinnissa mitattavien koepuiden mittaustietojen yhdistämiseksi. Työn ensimmäisessä vaiheessa laaditaan runkokäyrämallit männylle, kuuselle ja koivulle. Toisessa vaiheessa tutkitaan laadittujen mallien soveltuvuutta inventointitulosten laskentaan. Runkokäyrämallien laadinnassa käytettävät menetelmät on kehittänyt Lappi (1986). Tässä työssä esitetään menetelmän pääpiirteet ja tutkitaan empiiristi menetelmän toimivuutta.

Tämä tutkimusraportti on tiivistetty ja osin korjattu vedos Joensuun Yliopiston metsätieteellisen tiedekunnan metsätalouden suunnittelun lisensiaattitutkintoa varten tehdystä työstä. Erityisesti työn ohjaajana toiminut edesmenyt professori Pekka Kilki sekä VTT Juha Lappi ja FK Jaakko Heinonen ovat ohjeillaan mahdollistaneet työn valmistumisen. Keskustelut MMK Risto Ojansuun sekä lisensiaattityön tarkistajien, MMT Risto Päivisen ja MMT Jouko Laasasenahon kanssa ovat olleet suureksi avuksi.

## 2. Aineisto

Tutkimuksessa laadittujen runkokäyrämallien aineistona käytettiin Metsäntutkimuslaitoksen metsänarvioimisen tutkimusosaston mittauttamia koepuita (Laasasenaho 1982). Vuosina 1968–1970 kerätty aineisto koostuu 2326 männystä, 1864 kuusesta ja 863 koivusta. Koska malleja laadittaessa analysoitiin koalojen sisäistä runkomuodon vaihtelua, aineistosta hylättiin ne koepuut, jotka olivat ainoat puulajinsa edustajat koelalla. Jäljelle jäi 2034 mäntyä, 1667 kuusta ja 602 koivua. Koalojen lukumäärät puulajeittain vastaavassa järjestyksessä olivat 593, 487 ja 200.

Koepuuaineisto on kerätty valtakunnan metsien viiden inventoinnin metsä- ja kitumaan koaloilta. Koalojen valinnassa on pyritty saamaan tasainen otos koko Suomesta. Koepuut on valittu relaskoopilla (kerroin 2). Kultakin koelalta on mitattu korkeintaan viisi puuta. (Laasasenaho 1982).

Aineistoon kuuluvista puista on mitattu läpimitat rinnankorkeudelta ja kuuden metrin korkeudelta sekä seuraavilta suhteellisilta korkeuksilta: 1, 2,5, 5, 7,5, 10, 15, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 ja 90 prosenttia puun pituudesta.

Lisäksi puista tunnettiin muun muassa kannonkorkeus, pituus, latvusrajan korkeus ja ikä. Läpimitat on mitattu pystypuista kiipeämällä. Koepuille oli laskettu tilavuudet kannosta latvaan splinifunktioiden avulla (Laasasenaho 1982).

Koepuiden käyttöä tutkittiin paitsi edellä kuvatussa mallien laadinta-aineistossa myös valtakunnan metsien kahdeksannessa inventoinnissa (VMI8) kerätyllä aineistolla. VMI8:n aineistosta poimittiin ne koepuukoalat, jotka olivat Lounais-Suomen, Uudenmaan-Hämeen tai Pirkka-Hämeen metsälautakuntien alueella. Aineisto on kerätty vuosina 1986–1987. (Valtakunnan metsien... 1986).

VMI8:n koepuukoaloilta on kuviokohtaisina muuttujina mitattu joukko kasvupaikkaa ja puustoa kuvaavia tunnuksia. Relaskoopilla valituista koepuista on puukohtaisina tunnuksina mitattu muun muassa  $d$ ,  $d_g$  ja  $h$  (Valtakunnan metsien... 1986). Runkokäyrämallien käyttöä tutkittaessa aineistosta poistettiin katkenneet ja kuolleet sekä alle 3 m:n pituiset puut. Aineistoon jäi 3061 mäntyä 623 koelalla, 4088 kuusta 634 koelalla ja 1019 koivua 379 koelalla.



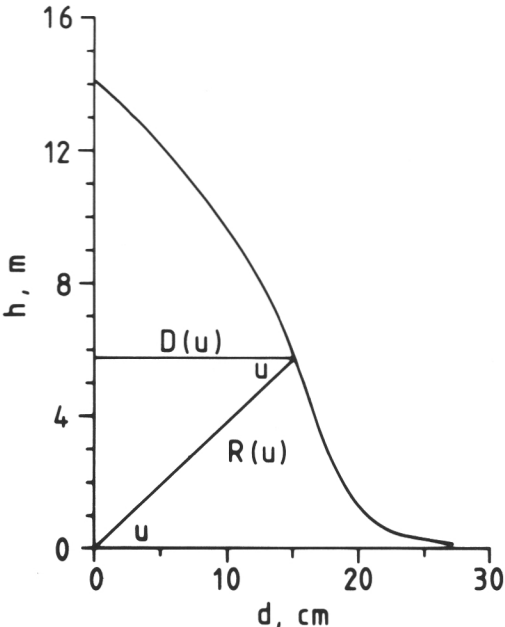
### 3. Menetelmät

#### 31. Puun runkomuodon mallittaminen

Tutkimuksessa laadittiin runkokäyrämallit Lapin (1986) esittämällä menetelmällä. Menetelmässä puun runkomuoto kuvataan napakoordinaatistossa, jossa runkokäyrä ilmoitetaan tiettyjä kulmia vastaavina läpimittoina tai säteiden pituuksina (Kilkki 1983, Lappi 1986). Napakoordinaatioesitystä on havainnollistettu kuvassa 1.

Puun runkokäyrä kuvattiin laatimalla 13 yhtälöä, joista 12 ennusti läpimitan eri kulmissa (kutsutaan myöhemmin peruskulmiksi) ja 13:s ennusti puun pituuden. Peruskulmina käytettiin seuraavia kulmia: 0,25, 0,7, 1,5, 3, 5, 8, 14, 21, 31, 41, 56 ja 72 astetta (Lappi 1986). Myöhemmin tässä kirjoituksessa 13:n peruskulman läpimitalla tarkoitetaan puun pituutta.

Puun läpimittojen oletettiin riippuvan puun koosta ja muodosta. Varianssien vakioimiseksi käytettiin läpimittoja ennustavissa yhtälöissä logaritmita läpimittaa ja pituutta ennustavassa yhtälössä pituuden logaritmia. Läpimittayhtälöiden selittäjiksi valittiin puun koko ja koon toinen potenssi. Puun koko määritettiin eri korkeuksilta mitattujen logaritmiten läpimittojen ja pituuden keskiarvona. (Lappi 1986).



Kuva 1. Puun runkomuodon kuvaaminen napakoordinaatistossa. Lähde: Lappi 1986.

Figure 1. Polar coordinate system (Lappi 1986).

Runkokäyrämallia laadittaessa oletettiin, että samassa metsikössä kasvavat puut muistuttavat runkomuodoltaan toisiaan. Tämän vuoksi läpimittayhtälöihin sisällytettiin satunnainen metsikköparametri, jolloin yhtälöt saatiin muotoon:

$$d_{ki}(u) = a_0(u) + a_1(u)s_{ki} + a_2(u)s_{ki}^2 + v_k(u) + e_{ki}(u), \quad (31.1)$$

missä  $d_{ki}(u)$  = koealan  $k$  puun  $i$  peruskulman  $u$  läpimitan logaritmi,

$s_{ki}$  = koealan  $k$  puun  $i$  koko,

$a_0(u)$ ,  $a_1(u)$  ja  $a_2(u)$  ovat kertoimia,

$v_k(u)$  on satunnainen koealavaikutus ja

$e_{ki}(u)$  on satunnainen puuvaikutus.

Malliin liittyvät oletukset olivat:

- 1)  $v$ -termien odotusarvo on nolla ja varianssi vakio,
- 2)  $e$ -termien odotusarvo on nolla ja varianssi vakio sekä
- 3)  $v$ - ja  $e$ -termit eivät korreloi keskenään.

Yhtälössä (31.1) olevan satunnaisen metsikkötekijän avulla voidaan ottaa huomioon se, että läpimittayhtälöiden kiinteän osan residuaalit korreloivat samassa metsikössä kasvavien puiden kesken. Lisäksi eri kulmien  $v$ -termit korreloivat keskenään, samoin eri kulmien  $e$ -termit keskenään (Lappi 1986).

Runkokäyrämallin käyttämiseksi oli estimoitava kiinteät parametrit  $a_0(u)$ ,  $a_1(u)$  ja  $a_2(u)$  ( $u = 1, \dots, 13$ );  $v$ -termien varianssit eri kulmissa;  $v$ -termien kovarianssit eri kulmien välillä;  $e$ -termin varianssit eri kulmissa sekä  $e$ -termien kovarianssit eri kulmien välillä. Kiinteät parametrit estimoitiin yleistetyllä pienimmän neliösumman menetelmällä (GLS – generalized least squares).  $v$ - ja  $e$ -termien varianssit ja kovarianssit estimoitiin Lapin (1986) esittämällä menetelmällä.

Läpimittayhtälöillä saadaan puun läpimitta 12:lla eri korkeudella sekä puun pituus. Näistä voidaan laskea puun minkä tahansa kohdan läpimitta tai minkä tahansa osan tilavuus splinifunktioiden avulla. Tässä vaiheessa sovellettiin Lahtisen & Laasasenahon (1979) tutkimuksiin perustuvia, erityisesti runkokäyrän tasoittamiseksi laadittuja splinifunktioita.

#### 32. Koepuiden käytön tutkiminen

Tutkimuksessa selvitettiin koepuiden lukumäärän vaikutusta toisaalta puittaisten tilavuusestimaattien ja toisaalta suuralueen keskitilavuusestimaattien luotettavuuteen. Koepuutietojen siirtämisessä lukupuille vertailtiin tässä tutkimuksessa laadittuja runkokäyrämalleja ja suoraan tila-

vuotta ennustavia regressiomalleja. Vertailtavien menetelmien toimivuuden tutkimiseksi tehtiin VMI-aineistossa koepuuotantoja viidellä eri koepuumäärällä. Koepuiksi valittiin joka 15., 7., 5., 3. tai joka 2. puu. Kullakin koepuumäärällä otanta toistettiin 100 kertaa valiten koepuut satunnaisesti. Sadasta toistosta laskettiin lukupuiden tilavuusestimaattien keskineliövirhe sekä koko laskenta-alueen keskitilavuusestimaatin ja todellisen keskitilavuuden poikkeaman keskiarvo ja keskihajonta.

Laskennassa puiden todelliseksi tilavuudeksi oletettiin puusta mitattuja rinnankorkeus- ja yläläpimittoja sekä pituuksia käyttäen lasketut tilavuudet. Puittaisten tilavuusestimaattien ja keskitilavuusestimaattien luotettavuuksia laskettaessa pidettiin mukana myös koepuina käytetyt puut, mutta olettaen tällöin koepuistakin tunnetuksi vain rinnankorkeusläpimitta.

Vertailumenetelmänä käytettyjä tilavuusmalleja laadittaessa laskettiin aluksi koepuiksi valittujen puiden tilavuudet koepuutunnusten avulla. Seuraavaksi laadittiin koepuista saadulla aineistolla mallit, joissa puun tilavuutta ennustettiin pelkän rinnankorkeusläpimitan ja puulajin avulla. Mallit laadittiin ositteittain. Kun mitattuja koepuita oli paljon, tehokkaimmaksi menettelyksi osoittautui koepuiden osittaminen metsälautakunnan ja veroluokan mukaan. Jos koepuita oli mitattu vähän, osittaminen pelkän metsälautakunnan mukaan oli tehokkainta.

Tilavuutta ennustavan mallin muodoksi valittiin polynomi:

$$v/d^2 = ad^2 + bd + c, \quad (32.1)$$

missä a ja b ovat estimoitavia kertoimia.

Mallin (32.1) parametrit estimoitiin joka simulointikierroksella (eli jokaisesta otoksesta). Tilavuuden ennustaminen polynomilla (32.1) on erittäin epäluotettavaa puul-

le, jonka läpimitta on suurempi kuin polynomin kertoimien laskennassa käytettyjen suurimpien puiden läpimitat. Tästä syystä koepuita suuremmille puille ennustettiin ensin pituusmallilla pituus ja sitten Laasasenahon (1982) kahden tunnuksen tilavuusyhtälöllä tilavuus. Pituusmallina käytettiin yhtälöä (Henttonen 1989):

$$\ln(h - 1,3) = a_0 + a_1/(d+5) + a_2/(d+5)^2. \quad (32.2)$$

Yhtälön (32.2) kertoimet ( $a_0 - a_2$ ) laskettiin puulajeittain käyttäen VMI8:ssa mitattuja kuuden eteläisimmän metsälautakunnan koepuita. Kertoimet on esitetty liitteessä 5. Estimoidaessa yhtälöllä (32.2) pituutta logarimuunnoksesta aiheutuva harha otettiin huomioon lisäämällä korjaustermi  $s^2/2$ , missä  $s^2$  on mallin keskineliövirhe.

Sekä laadittu pituusmalli että Laasasenahon (1982) tilavuusmalli kalibroitiin ensin aineistoon kussakin inventointisimuloinnissa mitatuilla koepuilla. Pituusmallin kalibrointi tehtiin laskemalla koepuiden avulla puulajeittain korjaustermit:

$$k_1 = \sum \hat{h} / \sum h$$

missä  $\sum \hat{h}$  tarkoittaa summausta yli koepuiden ja  $\hat{h}$  on mallilla (32.2) estimoitu pituus.

Korjaustermit laskettiin erikseen samoille ositteille, joita käytettiin tilavuusyhtälön (32.1) laskennassa. Korjaustermin laskennan jälkeen lukupuiksi oletettujen puiden pituudet saatiin yhtälöllä:

$$h = k_1 * \hat{h}, \quad (32.3)$$

missä  $\hat{h}$  on mallilla (32.2) saatu pituusestimaatti.

Laasasenahon (1982) tilavuusyhtälö kalibroitiin aineistoon samalla tavoin kuin pituusmalli.

## 4. Runkokäyrämallit männylle, kuuselle ja koivulle

### 41. Lasketut parametrit ja kovarianssimatriisit

Sekä männylle, kuuselle että koivulle eri kohtien läpimittoja ennustavana yhtälönä mallia (31.1). Parametrit laskettiin kullekin puulajille erikseen. Hies- ja rauduskoivua käsiteltiin laskennassa yhdessä. Taulukossa 1 on esitetty estimaatit kiinteille kertoimille  $a_0$ ,  $a_1$  ja  $a_2$ .

Mallin (31.1) satunnaisvaikutusten (v ja e) kovarianssit eri kulmien välillä ja varianssit eri kulmissa on esitetty korrelaatiomatriisien muodossa liitteissä 1, 2 ja 3. Matriiseissa diagonaaleilla ovat koeala- tai puukohtaisen satun-

naistekijän keskihajonnat ja diagonaalien yläpuolella ovat satunnaistekijöiden korrelaatiot eri kulmien välillä.

### 42. Parametrien ja kovarianssimatriisien tulkinta

Kaikilla puulajeilla koon (s) kerroin on positiivinen kaikissa kulmissa. Koon toisen potenssin kerroin on positiivinen yhdeksänteen peruskulmaan saakka joten rungon tyviosissa läpimitta kasvaa kiihtyen koon kasvaessa.

Yhdeksännestä kulmasta alkaen koon toisen



Taulukko 1. Läpimittayhtälön (31.1) kiinteät parametrit eri puulajeilla.  
Table 1. Fixed parameters of the diameter function (31.1) for pine, spruce and birch.

Kulma Angle	Mänty – Pine			Kuusi – Spruce			Koivu – Birch		
	a <sub>0</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>0</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>0</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>
1	.526	.971	.023	.821	.757	.061	.478	1.000	.015
2	.515	.912	.032	.725	.755	.057	.486	.917	.027
3	.461	.869	.041	.616	.757	.055	.506	.793	.053
4	.301	.945	.025	.479	.821	.040	.438	.771	.060
5	.288	.914	.031	.490	.781	.048	.298	.872	.037
6	.283	.870	.040	.429	.803	.043	.200	.917	.028
7	.220	.874	.037	.285	.880	.026	.107	.950	.022
8	.123	.934	.019	.125	.968	.007	-.017	1.016	.009
9	-.036	1.045	-.011	-.073	1.089	-.021	-.124	1.086	-.010
10	-.094	1.101	-.033	-.230	1.189	-.044	-.176	1.158	-.035
11	-.146	1.166	-.058	-.391	1.301	-.068	-.141	1.214	-.064
12	-.126	1.202	-.076	-.467	1.395	-.090	-.018	1.244	-.087
13	-.062	1.238	-.089	-.534	1.542	-.123	.372	1.148	-.084

potenssin kerroin on negatiivinen kaikilla puulajeilla. Tämä merkitsee sitä, että kun koko kasvua riittävän suureksi, läpimittaestimaatti alkaa pienentyä koon kasvaessa. Kulminaatiopiste, josta alkaen läpimittaestimaatit pienevät, voidaan laskea derivoimalla ko. läpimittayhtälö koon suhteen ja etsimällä derivaatan nollakohta. Esimerkiksi männyn kulman pituutta ennustava yhtälön derivaatan nollakohdaksi saadaan  $s = 6,96$ . Koska aineiston puissa koon vaihtelualue on 0,5:stä 3,5:een, ei kulminaatiopistettä todellisuudessa saavuteta koskaan.

Mallin jäännösvirheiden korrelaatiomatriisien (liitteet 1, 2 ja 3) diagonaalilla olevat jäännöshajonnat voidaan tulkita läpimittayhtälöiden suhteelliseksi keskivirheiksi, koska yhtälöt ovat logaritmisia.

Jäännösvirheiden korrelaatiomatriisit osoittavat myös, että eri kulmien satunnaisvirheet korreloivat voimakkaasti. Vierekkäisten kulmien välinen korrelaatio on yleensä positiivinen. Peruskulman 8 yläpuolisten kulmien yhtälöiden virheet korreloivat yleensä negatiivisesti kahdeksatta peruskulmaa alempien yhtälöiden satunnaistekijöiden kanssa.

## 43. Runkokäyrämallien käyttö

### 431. Pääkomponenttianalyysin soveltaminen

Runkokäyrämallia laadittaessa laskettiin koelakohtaisen satunnaistekijän varianssi peruskulmissa. Liitteistä 1–3 nähdään, että eri kulmien varianssikomponentit korreloivat selvästi. Tämä antoi perusteen pääkomponenttianalyysin sovel-

tamiseen koelajojen välisen vaihtelun ilmaisemisessa.

Pääkomponentit laskettiin eri kulmien koelakohtaisen satunnaisvaikutuksen kovarianssimatriisista. Koska ko. matriisin aste on 13, siitä voidaan muodostaa 13 pääkomponenttia. Neljään ensimmäiseen pääkomponenttiin liittyvät ominaisvektorit ja -arvot on esitetty liitteessä 4.

Koska neljä ensimmäistä pääkomponenttia selittävät kaikilla puulajeilla yli 99 % eri kulmien koelakohtaisten satunnaisvaikutusten varianssien summasta, yhtälön (31.1)  $v(u)$ -termit voidaan ilmaista kovarianssimatriisista laskettujen neljän ensimmäisen ominaisvektorin avulla (Lap-  
pi 1986). Tällöin yhtälö (31.1) saadaan muotoon:

$$d_{ki}(u) = a_0(u) + a_1(u)s_{ki} + a_2(u)s_{ki}^2 + \sum_{p=1}^4 q_p(u)c_p + c_{ki}(u), \quad u = 1, \dots, 13, \quad (43.1)$$

missä  $q_p(u)$  = p:nnen ominaisvektorin kulman  $u$  alkiio  
 $c_p$  = p:s pääkomponentti

Pääkomponenttien käytöstä saavutettava etu on, että sovellustilanteessa kunkin kulman koelavaikutus saadaan lasketuksi ominaisvektorien kertoimien avulla, kun ensin on estimoitu neljä pääkomponenttia. Ellei pääkomponentteja käytettäisi, jouduttaisiin ennustamaan kunkin kulman  $v$ -tekijä erikseen, mikä hidastaisi laskentaa, sillä laskenta edellyttäisi operaatioita  $13 \times 13$ -ulotteisella satunnaisvaikutusten kovarianssimatriisilla.

Pääkomponenttianalyysin avulla voidaan keventää laskentaa. Lisäksi pääkomponentteja voi-

daan käyttää jännösvirheiden vaihtelun analysoimiseen. Ensimmäinen ominaisvektori on lautunut voimakkaimmin rungon latva- ja tyviosien läpimitoille, joten ensimmäisen pääkomponentin arvojen vaihtelu kuvaa rungon solakkuuden vaihtelua (ks. Lappi 1986, s. 19). Toinen pääkomponentti kuvaa rungon keskiosan läpimittojen vaihtelua.

#### 432. Peruskulmien läpimittojen ennustaminen

Läpimittoja ennustavassa yhtälössä (43.1) ovat selittäjinä puun koko ja neljä pääkomponenttia sekä näihin liittyvät ominaisvektorit. Sovellustilanteessa ominaisvektorit ja kertoimet  $a_0$ ,  $a_1$  ja  $a_2$  ovat tunnettuja, mutta puun kokoa ja pääkomponentteja ei tunneta. Ensimmäinen vaihe runkokäyrämallien käytössä on näiden tuntemattomien parametrien estimointi tai ennustaminen puusta mitattujen läpimittojen avulla. Koska pääkomponentit ovat koealakohtaisia, niiden arvot ennustetaan koealoittain.

Puiden kokoparametrien estimointiseksi ja pääkomponenttien ennustamiseksi koealan puista mitatuista läpimitoista ja niitä estimoivista yhtälöistä muodostetaan yhtälöryhmä. Yhtälöryhmässä tunnettuja tekijöitä ovat mitatut läpimitat ja läpimittayhtälöiden kertoimet. Lisäksi tunnetaan koealakohtaista satunnaisvaikutusta kuvaavien pääkomponenttien varianssit (= ominaisvektorien ominaisarvot). Yhtälöryhmän tuntematto-

mina tekijöinä olevat kiinteät kokoparametrit ja satunnaiset pääkomponentit voidaan ratkaista yleisillä sekamallien estimoinnissa käytetyillä menetelmillä (ks. luku 31). Yhtälöryhmien muodostaminen on kuvattu yksityiskohtaisesti Lapin (1986) tutkimuksessa.

#### 44. Harhattomuuskorjaukset

Läpimittayhtälöt ennustavat läpimittojen luonnollisia logaritmeja. Siirryttäessä aritmeettisiin yksiköihin on estimaatteihin tehtävä harhattomuuskorjaus. Jos läpimitan logaritminen ennuste oletetaan normaalijakautuneeksi, on harhaton läpimitan ennustin (Lappi 1986):

$$E(D(u)) = \text{Exp}[\hat{d}(u) + 1/2(\text{var}(d(u)) - \text{var}(\hat{d}(u)))]. \quad (44.1)$$

Käytettäessä runkokäyrämallia tilavuuden estimointiin on saatava harhattomat läpimitan toisen potenssin estimaatit. Nämä saadaan yhtälöllä (Lappi 1986):

$$E(D^2(u)) = \text{Exp}[2\hat{d}(u) + (\text{var}(d(u)) - \text{var}(\hat{d}(u)))]. \quad (44.2)$$

Harhattomuuskorjauksia laskettaessa tarvitaan kulman todellisen ja ennustetun läpimitan varianssi. Todellisen läpimitan varianssi saadaan summaamalla läpimitan varianssikomponentit. Läpimitan ennusteen varianssi saadaan Lapin (1986, s. 62) esittämällä tavalla.

## 5. Runkokäyrämallien luotettavuus

### 51. Estimaattien luotettavuuden kriteerit

Runkokäyrämallien antamien läpimittaestimaattien luotettavuuden selvittämiseksi tutkittiin logaritmistien ja aritmeettisten estimaattien poikkeamia todellisista arvoista. Poikkeamat esitetään keskiarvoina ja keskihajontoina muuttujasta:

$$e = d(u) - \hat{d}(u),$$

missä  $d(u)$  = todellinen logaritminen tai aritmeettinen läpimitta ja

$\hat{d}(u)$  = estimoitu logaritminen tai aritmeettinen läpimitta.

Todellisen ja ennustetun läpimitan erotuksen varianssille laskettiin metsikkökohtainen komponentti (sb) ja puukohtainen komponentti (sd)

Searlen (1971, s. 474) esittämällä kaavoilla.

Runkokäyrämallin tulisi antaa mitattujen läpimittojen suhteen harhattomia tilavuusestimaatteja aritmeettisissa mittayksiköissä. Koska tässä tutkimuksessa laadituissa runkokäyrämalleissa selittäjänä ei ole läpimitta, vaan puun koko, eivät saadut tilavuusestimaatit ole kuitenkaan harhattomia mitattujen läpimittojen suhteen, vaan puun koon suhteen (Lappi 1986).

Koska läpimittayhtälöt on laadittu sekamallitekniikalla, eivät mallien luotettavuuden mittarina yleensä käytetyt suhteelliset virheet ( $e_r = (v - \hat{v}) / \hat{v}$ ) anna oikeaa kuvaa mallin toimivuudesta. Oikea tapa laskea suhteelliset virheet on käyttää kaavaa:

$$e_r = (v - \hat{v}) / E(v),$$

missä  $E(v)$  tarkoittaa tilavuuden odotusarvoa koon suhteen.

Koska  $E(v)$  on koon määritelmästä johtuen kiinteässä yhteydessä puun todellisen tilavuuden kanssa (ks. Lappi 1986 s. 11), voidaan  $E(v)$  korvata puun todellisella tilavuudella.

Tilavuusestimaattien luotettavuuden selvittämiseksi tulostettiin keskiarvot ja keskihajonnat sekä absoluuttisista että suhteellisista poikkeamista. Suhteelliset poikkeamat laskettiin käyttäen jakajana sekä todellista että estimoitua tilavuutta. Tuloksissa luotettavuudet on ilmaistu mainitulla kolmella kriteerillä seuraavassa järjestyksessä:

- 1)  $(v - \hat{v}) / \hat{v}$
- 2)  $(v - \hat{v}) / v$
- 3)  $v - \hat{v}$

Kriteeri 1 kuvaa mallin harhattomuutta mitattujen tunnusten suhteen. Kriteeri 2 kuvaa mallin ominaisuuksia sekamalliteorian pohjalta eli kertoo mallin estimoimisen onnistumisesta. Myös tilavuusestimaattien jäännösvirheet jaettiin koeala- ja puukohtaiseen komponenttiin.

## 52. Läpimittaestimaattien luotettavuus

Läpimittaestimaattien virheitä tutkittiin seuraavissa tilanteissa:

- 1) puista tunnettiin vain  $d$ ,
- 2) puista tunnettiin  $d$  ja  $h$ .

Sekä logaritmisten että aritmeettisten läpimittaestimaattien luotettavuustunnukset on esitetty taulukoissa 2 ja 3. Läpimittaestimaattien harhat ovat useimmiten hyvin lähellä nollaa. Kun vain  $d$  on tunnettu, on männyn pituusestimaatin harha tosin 32 cm; koivulla ja kuusella 'pituusmallin' harha on huomattavasti pienempi.

Logaritmisten estimaattien jäännösvirheet voidaan tulkita aritmeettisten estimaattien suhteellisten jäännösvirheiden likiarvoiksi. Näin saadaan esimerkiksi pituusestimaattien jäännösvirheeksi männyllä 20,8, kuusella 15,5 ja koivulla 16,1 %. Puulajien välinen vertailu osoittaa, että  $d$ :n ollessa ainoa mitattu muuttuja pituusestimaattien ja rungon latvaosien läpimittaestimaattien jäännösvirheet ovat suurimmat männyllä ja pienimmät kuusella. Tyviosien läpimittaestimaattien jäännösvirheet ovat männyllä pienempiä kuin kuusella tai koivulla.

Taulukosta 2 havaitaan, että kun puusta tunnetaan vain  $d$ , rungon tyviosien läpimittaestimaattien puukohtainen virhekomponentti on suurempi kuin koealakohtainen. Latvaosien läpimittaesti-

maateilla suhde on päinvastainen. Tulos on seurausta siitä, että tyviosissa puun runkomuoto on epäsäännöllinen.

Pituuden tunteminen parantaa odotetusti rungon latvaosan läpimittaestimaattien luotettavuutta, mutta vaikuttaa vain vähän tyviosien läpimittaestimaattien luotettavuuteen.

## 53. Tilavuusestimaattien luotettavuus

Taulukossa 4 on runkokäyrämalleilla laskettujen tilavuuksien luotettavuus seuraavissa tilanteissa:

- 1) puista tunnetaan vain  $d$ ,
- 2) puista tunnetaan  $d$  ja  $h$ ,
- 3) puista tunnetaan  $d$ ,  $d_6$  ja  $h$  sekä
- 4) puista tunnetaan  $d$  ja puulajeittain yhdestä koealan puusta lisäksi  $d_6$  ja  $h$ .

Luotettavuuden kriteereinä ovat keskiarvot, keskihajonnat ja koealojen väliset sekä sisäiset hajonnat muuttujille:

- 1)  $(v - \hat{v}) / \hat{v}$ ,
- 2)  $(v - \hat{v}) / v$  ja
- 3)  $v - \hat{v}$

Kun vain  $d$  on tunnettu, on tilavuusestimaatin absoluuttinen harha etenkin männyllä huomattavan suuri. Suhteellisten harhojen suuruus riippuu siitä, käytetäänkö jakajana todellista vai estimoitua tilavuutta — kriteerin  $(v - \hat{v})/v$  mukaan harhat ovat varsin vähäisiä, mutta kriteerin  $(v - \hat{v})/\hat{v}$  mukaan selvästi suurempia. Kun puusta tunnetaan pituus, ovat harhat niin pieniä, ettei suhteellisten virheiden laskentatavalla ole kovin suurta merkitystä.

Kun ainoana mitattuna läpimittana on  $d$ , on tilavuusestimaatin koealakohtaisen satunnaisvirheen osuus jäännösvirheestä puulajista riippuen 67–80 %. Kun myös pituus on tunnettu, kasvaa jäännösvirheen puukohtaisen komponentin osuus. Ilmiö on seurausta siitä, että pelkästään  $d$ :n tunteminen kertoo paljon puun koosta. Tämän vuoksi huomattava osa läpimittojen puukohtaisesta vaihtelusta tulee selitetyksi pelkän  $d$ :n avulla. Kun  $d$  on kiinteä, pituus kuvaa lähinnä puun runkomuotoa, jonka vaihtelusta huomattava osa on metsiköiden välistä vaihtelua. Siksi pituuden mittaaminen vaikuttaa tilavuusestimaattien jäännösvirheen koealakohtaiseen komponenttiin enemmän kuin puukohtaiseen komponenttiin.

Taulukosta 4 nähdään, että yhden koepuun mittaaminen koealalta pienentää tilavuusestimaattien jäännösvirhettä 15–20 % verrattu-



na tilanteeseen, jossa koepuita ei ole mitattu. Jäännösvirheen pieneneminen on seurausta jäännösvirheen koelakohtaisen komponentin pie-

nenemisestä — koelakohtainen jäännösvirhe pienenee kaikilla puulajeilla noin 50 % yhden koepuun mittaamisen myötä.

Taulukko 2. Eri kulmien logaritmisten ja aritmeettisten läpimittaestimaattien luotettavuus, kun d mitattu. Logaritmiin estimaatteihin liittyvät tunnuksat on kerrottu 100:lla, aritmeettisissa estimaateissa yksikkönä on cm paitsi pituudella m (ks. Merkinnät s. 3).

*Table 2. Reliability of logarithmic and arithmetic diameter estimates at different angles when d is measured. Biases and standard errors concerning logarithmic estimates has been multiplied by 100. For arithmetic diameters biases and standard errors are in centimeters except for height in meters (see Notation, page 3).*

Kulma Angle	Logaritmiset – Logarithmic				Aritmeettiset – Arithmetic			
	b	sd	sb	sw	b	sd	sb	sw
Mänty – Pine								
1	–0.03	7.37	3.61	6.42	0.09	1.86	0.91	1.62
2	–0.03	5.56	3.01	4.68	0.05	1.11	0.55	0.97
3	–0.04	4.46	2.53	3.68	0.04	0.68	0.32	0.60
4	–0.03	3.26	1.87	2.67	0.04	0.40	0.18	0.36
5	–0.03	3.00	1.50	2.59	0.06	0.51	0.20	0.47
6	–0.04	3.24	1.21	3.01	0.08	0.64	0.21	0.60
7	–0.03	4.60	2.56	3.82	0.12	0.83	0.48	0.68
8	–0.02	6.76	4.90	4.66	0.15	1.09	0.79	0.76
9	–0.02	10.37	8.31	6.22	0.17	1.39	1.11	0.84
10	–0.02	13.62	11.42	7.42	0.19	1.46	1.23	0.79
11	–0.01	17.05	14.69	8.67	0.16	1.25	1.09	0.61
12	–0.01	19.19	16.61	9.62	0.09	0.75	0.66	0.36
13	–0.01	20.83	18.18	10.20	0.32	2.80	2.48	1.32
Kuusi – Spruce								
1	0.00	9.47	5.28	7.87	–0.01	2.28	1.06	2.02
2	0.00	6.24	3.40	5.24	0.00	1.22	0.54	1.09
3	0.00	4.61	2.40	3.94	0.00	0.73	0.31	0.66
4	0.00	3.18	1.64	2.72	0.00	0.41	0.15	0.38
5	0.00	2.81	1.21	2.54	0.02	0.46	0.09	0.45
6	0.00	3.20	1.49	2.83	0.03	0.60	0.24	0.55
7	0.00	4.73	3.20	3.51	0.05	0.83	0.54	0.64
8	0.00	6.83	5.21	4.42	0.06	1.07	0.79	0.71
9	0.00	9.33	7.42	5.66	0.07	1.19	0.94	0.73
10	0.00	11.20	8.92	6.78	0.07	1.16	0.93	0.69
11	0.00	13.13	10.31	8.14	0.05	0.94	0.75	0.56
12	0.00	14.49	11.12	9.29	0.03	0.57	0.45	0.35
13	0.00	15.51	11.88	9.98	0.09	2.12	1.67	1.30
Koivu – Birch								
1	–0.05	9.86	5.44	8.23	–0.09	2.28	1.13	1.98
2	–0.07	6.75	3.44	5.82	–0.05	1.25	0.56	1.12
3	–0.03	4.85	2.13	4.36	–0.02	0.76	0.25	0.71
4	–0.09	3.54	1.50	3.21	–0.04	0.55	0.09	0.54
5	–0.09	3.36	1.36	3.07	–0.03	0.69	0.27	0.64
6	–0.01	3.73	1.52	3.41	–0.01	0.79	0.32	0.72
7	0.03	4.77	1.81	4.42	0.02	0.92	0.32	0.87
8	0.26	6.05	2.85	5.34	0.06	1.04	0.47	0.92
9	0.32	8.12	4.70	6.64	0.07	1.11	0.60	0.93
10	–0.03	10.23	6.69	7.75	0.04	1.12	0.72	0.86
11	–0.19	12.72	9.47	8.50	0.04	0.95	0.70	0.65
12	–0.02	14.78	11.48	9.34	0.03	0.61	0.47	0.38
13	–0.21	16.14	13.05	9.54	0.15	2.50	2.02	1.48

Taulukko 3. Logaritmisten ja aritmeettisten läpimittaestimaattien luotettavuus, kun puusta on mitattu d ja h.  
*Table 3. Reliability of logarithmic and arithmetic diameter estimates when d and h are measured.*

Kulma Angle	Logaritmiset – <i>Logarithmic</i>				Aritmeettiset – <i>Arithmetic</i>			
	b	sd	sb	sw	b	sd	sb	sw
Mänty – <i>Pine</i>								
1	0.18	7.29	3.28	6.51	–0.11	1.83	0.85	1.62
2	0.20	5.46	2.79	4.70	–0.05	1.11	0.54	0.97
3	0.21	4.25	2.19	3.65	–0.04	0.66	0.29	0.59
4	0.20	3.04	1.56	2.61	–0.03	0.40	0.17	0.36
5	0.17	2.85	1.21	2.58	–0.04	0.52	0.22	0.47
6	0.15	3.10	1.21	2.85	–0.03	0.64	0.27	0.58
7	0.11	3.74	1.76	3.30	–0.03	0.69	0.35	0.59
8	–0.01	4.01	2.01	3.47	–0.01	0.64	0.33	0.55
9	0.03	4.20	2.14	3.62	0.01	0.55	0.29	0.47
10	0.04	4.15	2.28	3.47	–0.01	0.43	0.24	0.36
11	0.02	3.37	1.96	2.74	–0.01	0.24	0.15	0.19
12	0.01	2.16	1.15	1.82	0.00	0.08	0.05	0.07
Kuusi – <i>Spruce</i>								
1	0.05	9.33	4.86	7.97	0.00	2.27	1.01	2.03
2	0.05	6.13	3.15	5.27	0.00	1.21	0.53	1.08
3	0.05	4.47	2.01	3.40	0.00	0.72	0.29	0.66
4	0.04	3.09	1.30	2.80	0.00	0.40	0.13	0.38
5	0.04	2.74	0.85	2.60	–0.02	0.43	0.05	0.43
6	0.04	2.84	0.84	2.72	–0.02	0.51	0.12	0.50
7	0.04	3.21	1.36	2.91	–0.02	0.55	0.22	0.50
8	0.04	3.67	1.90	3.14	–0.01	0.55	0.26	0.49
9	0.04	4.13	2.44	3.33	–0.02	0.49	0.26	0.42
10	0.03	4.21	2.60	3.32	–0.02	0.41	0.22	0.34
11	0.02	3.82	2.41	2.96	–0.01	0.25	0.14	0.21
12	0.01	2.76	1.87	2.03	0.00	0.10	0.06	0.08
Koivu – <i>Birch</i>								
1	–0.15	9.75	5.17	8.28	0.06	2.26	1.06	2.00
2	–0.16	6.75	3.36	5.85	0.05	1.25	0.55	1.13
3	–0.13	4.87	2.06	4.41	0.03	0.75	0.24	0.71
4	–0.20	3.50	1.37	3.23	0.04	0.54	0.04	0.54
5	–0.20	3.40	1.38	3.11	0.04	0.67	0.26	0.62
6	–0.13	3.58	1.47	3.27	0.03	0.75	0.31	0.68
7	–0.06	4.18	1.36	3.95	0.02	0.81	0.26	0.76
8	0.19	4.60	1.57	4.32	0.00	0.79	0.29	0.74
9	0.32	4.77	1.83	4.41	0.01	0.67	0.24	0.62
10	0.02	4.67	2.19	4.12	0.03	0.52	0.22	0.47
11	–0.07	4.25	2.44	3.48	0.02	0.32	0.17	0.27
12	–0.03	3.19	1.75	2.66	0.01	0.12	0.07	0.10

Taulukko 4. Tilavuusestimaattien suhteelliset ja absoluuttiset virheet, kun puusta on mitattu eri tunnuksia. Suhteelliset virheet ovat prosentteina, absoluuttiset kuutiodesimetreinä.

Table 4. Relative and absolute reliability of volume estimates with different measurements. Relative figures are in %, absolute in  $\text{dm}^3$ .

Mänty – Pine								
	b	sd	sb	sw	b	sd	sb	sw
d mitattu – <i>d measured</i>					d, h mitattu – <i>d, h measured</i>			
$(v - \hat{v}) / \hat{v}$	3.12	19.75	16.12	11.42	0.85	7.29	3.63	6.33
$(v - \hat{v}) / v$	-0.72	20.38	16.39	12.14	0.32	7.26	3.59	6.32
$v - \hat{v}$	15.17	74.59	59.29	45.31	0.87	30.67	15.17	26.67
d, d <sub>0</sub> ja h mitattu <i>d, d<sub>0</sub> and h measured</i>					d ja 1 koepuu mitattu <i>d and 1 sample tree measured</i>			
$(v - \hat{v}) / \hat{v}$	0.33	3.50	1.53	3.15	1.10	14.07	8.49	11.23
$(v - \hat{v}) / v$	0.45	3.56	1.53	3.21	-0.90	14.85	9.14	11.71
$v - \hat{v}$	1.34	18.91	8.96	16.65	2.32	51.01	26.69	43.48
Kuusi – Spruce								
	b	sd	sb	sw	b	sd	sb	sw
d mitattu – <i>d measured</i>					d, h mitattu – <i>d, h measured</i>			
$(v - \hat{v}) / \hat{v}$	2.51	18.70	14.35	12.00	0.53	7.40	3.97	6.25
$(v - \hat{v}) / v$	-0.96	19.31	14.87	12.33	-0.01	7.39	4.09	6.16
$v - \hat{v}$	6.64	70.90	47.54	52.63	0.38	28.82	9.31	27.28
d, d <sub>0</sub> ja h mitattu <i>d, d<sub>0</sub> and h measured</i>					d ja 1 koepuu mitattu <i>d and 1 sample tree measured</i>			
$(v - \hat{v}) / \hat{v}$	-0.32	3.23	1.23	2.98	1.50	14.82	8.65	12.04
$(v - \hat{v}) / v$	-0.43	3.28	1.27	3.03	-0.66	15.03	8.55	12.36
$v - \hat{v}$	-1.59	17.32	4.18	16.81	-1.64	58.04	24.47	52.64
Koivu – Birch								
	b	sd	sb	sw	b	sd	sb	sw
d mitattu – <i>d measured</i>					d, h mitattu – <i>d, h measured</i>			
$(v - \hat{v}) / \hat{v}$	2.47	19.65	13.27	14.50	0.50	8.69	3.71	7.86
$(v - \hat{v}) / v$	-1.44	20.79	13.67	15.67	-0.31	9.53	3.86	8.72
$v - \hat{v}$	0.67	74.11	24.03	70.11	-5.84	52.60	21.96	47.81
d, d <sub>0</sub> ja h mitattu <i>d, d<sub>0</sub> and h measured</i>					d ja 1 koepuu mitattu <i>d and 1 sample tree measured</i>			
$(v - \hat{v}) / \hat{v}$	-0.36	5.38	2.08	4.96	2.30	15.73	8.57	13.20
$(v - \hat{v}) / v$	-0.64	5.31	2.01	4.92	-0.38	17.77	8.40	15.66
$v - \hat{v}$	-3.03	1.25	11.29	18.01	-4.05	79.36	31.11	73.01



## 6. Pääkomponenttien ennustaminen

Tutkimuksessa laaditut runkokäyrämallit käyttävät koepuumittauksia koealakohtaisen satunnaisvaikutuksen ennustamiseen. Kuten luvussa 431 on kerrottu, koealakohtainen satunnaisvaikutus kuvataan neljän pääkomponentin avulla. Jos koealalta ei ole mitattu yhtään koepuuta, ei pääkomponentteja voida ratkaista ja lukupuiden runkokäyrä joudutaan estimoimaan käyttäen selittäjänä ainoastaan rinnankorkeusläpimittaa.

Laadittujen runkokäyrämallien soveltuvuutta koepuutietojen siirtämiseen lukupuille tutkittiin VMI8:n koepuilla. Jos inventointitulosten laskennassa käytettävä menetelmä edellyttää, että jokaiselta koealalta on mitattu vähintään yksi koepuu kustakin koealan puulajista, joudutaan suuralueen inventoinnissa mittaamaan hyvin suuri määrä koepuita. Tämän vuoksi käytettiin Kilkin & Lapin (1987) esittämää menetelmää, jonka avulla runkokäyrämallit voivat hyödyntää koepuista mitattua tietoa puun runkomuodosta myös sellaisilla koealoilla, joilta ei ole mitattu yhtään koepuuta.

Menetelmässä lasketaan aluksi koealakohtaiset pääkomponentit sellaisille koealoille, joilta on mitattu koepuita. Laskettujen pääkomponenttien ennustamiseksi laaditaan mallit, joissa käytetään selittäjinä koealakohtaisia muuttujia. Merkitseviksi selittäjiksi osoittautuivat muun muassa kasvupaikan boniteetti, lämpösumma, koealan puiden keskiläpimitta ja pohjapinta-ala. Laadituilla pääkomponenttimalleilla voidaan ennustaa puun muoto myös sellaisilla koealoilla, joilta ei ole mitattu koepuita. Koealoilla, joilta on mi-

tattu koepuita, käytetään mallien antamia pääkomponenttiestimaatteja alkuestimaatteina. (Kilkki & Lappi 1987).

Ensimmäisessä vaiheessa laskettiin koealakoh-  
taiset pääkomponentit kaikkien laskenta-alueen  
VMI8:n koepuiden avulla. Eteenpäin askelta-  
valla regressioanalyysillä tutkittiin, mitkä muut-  
tujat ja muuttujien muunnokset selittävät kuta-  
kin neljää pääkomponenttia. Esimerkiksi ensim-  
mäistä pääkomponenttia kuvaavaksi malliksi saa-  
tiin männylle seuraava yhtälö.

$$c_1 = a_0 + a_1 \ln(\bar{d}_k) + a_2 DD^2 + a_3 \ln(PPA_m) + a_4 \ln(DD) + a_5 PPA_m + a_6 \ln(\bar{d}_m) + a_7 PPA_k^2 + a_8 PPA_k + a_9 T^2 + a_{10} T + a_{11} B_1 + a_{12} B_2, \quad (6.1)$$

missä  $\bar{d}_k$  = koealan puiden keskiläpimitta,  
DD = lämpösumma,  
PPA<sub>m</sub> = koalametsikön pohjapinta-ala,  
PPA<sub>k</sub> = koealan pohjapinta-ala,  
 $\bar{d}_m$  = koealan mäntyjen keskiläpimitta,  
T = metsikön ikä,  
B<sub>1</sub> = 1, jos metsikön veroluokka = IA ja 0  
muulloin,  
B<sub>2</sub> = 1, jos metsikön veroluokka = III ja 0  
muulloin, sekä  
a<sub>0</sub>–a<sub>12</sub> ovat kertoimia.

Tutkittaessa koepuumittausten lukumäärän vai-  
kutusta tilavuusestimaattien luotettavuuteen las-  
kettiin valittujen pääkomponenttimallien para-  
metrit kullakin laskentakierroksella erikseen.  
Mallien laskenta-aineistona käytettiin ainoastaan  
ko. laskentakierroksella mitatuiksi oletettuja koe-  
puita.

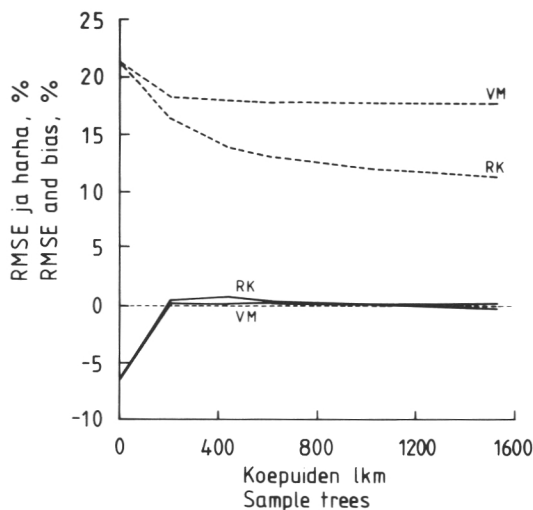
## 7. Tulokset

### 71. Puittaiset tilavuusestimaatit

Kuvissa 2, 3 ja 4 on esitetty puulajeittain luku-  
puiden tilavuusestimaatin suhteellinen keskivir-  
he (RMSE) ja harha eri koepuumäärillä, kun  
koepuumittauksia on hyödynnetty joko tässä tut-  
kimuksessa esitetyillä runkokäyrä- ja pääkom-  
ponenttimalleilla tai kiinteäkertoimisella tila-  
vuusmallilla (ks. luku 32). Kuvista havaitaan,  
että sekamallitekniikkaan perustuvilla runkokäy-  
rämalleilla lasketuilla estimaateilla on selvästi

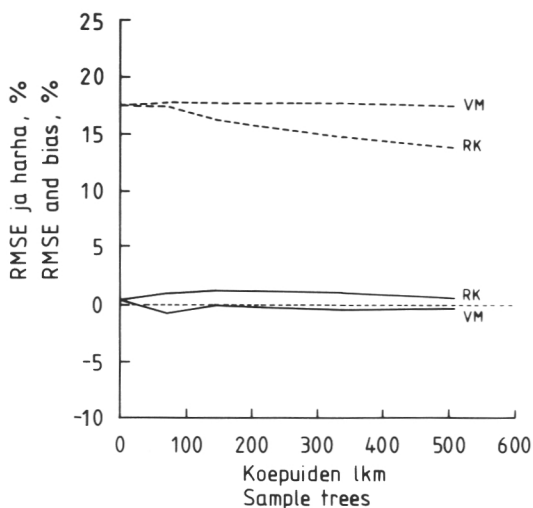
pienempi keskivirhe kuin pelkästään koepuiden  
avulla laadituilla tilavuusmalleilla lasketuilla esti-  
maateilla.

Männyn kohdalla molemmat menetelmät an-  
tavat tutkituilla koepuumäärillä lähes harhatto-  
mia estimaatteja. Kuusen tapauksessa runkokäy-  
rämallin antamat tilavuusestimaatit ovat jonkin  
verran yliarvioita ja koivun tapauksessa aliarvi-  
oita, kun harhaa tarkastellaan suhteellisilla yksi-  
köillä. Kiinteäparametrisella tilavuusmallilla las-  
kettujen tilavuusestimaattien keskivirhe piene-



Kuva 2. Männyn puittaisten tilavuusestimaattien luotettavuus eri koepuumäärillä. Merkinnot: — = runkokäyrämalli ja --- = tilavuusmalli.

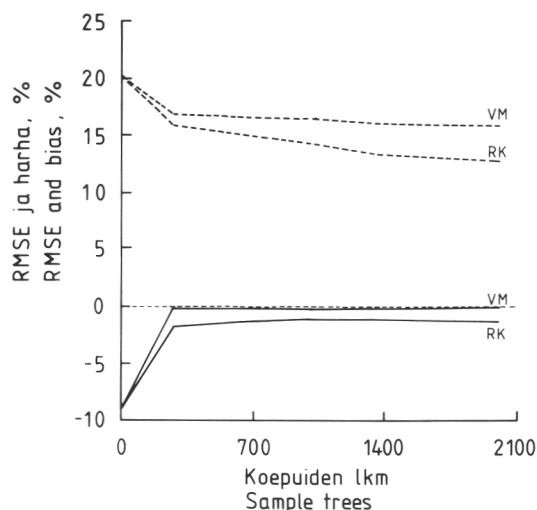
Figure 2. Reliability of tree-wise volume estimates with different number of sample trees. Notation: — = taper curve model and --- = volume function. Pine.



Kuva 4. Koivun puittaisten tilavuusestimaattien luotettavuus eri koepuumäärillä. Merkinnot kuten kuvassa 2.

Figure 4. Reliability of tree-wise volume estimates with different number of sample trees. Notation as in Fig. 2. Birch.

nee vain vähän koepuiden määrää lisättäessä. Keskivirheet olisivat voineet pienentyä enemmän, jos tilavuusmallien laadinnassa olisi käytetty pienempiä ositteita. Osittamisessa käytettävien muuttujien valinta osoittautui kuitenkin vaikeaksi; kokeiltaessa esimerkiksi latvuserosta osittamisperusteena keskivirheet kasvoivat.



Kuva 3. Kuusen puittaisten tilavuusestimaattien luotettavuus eri koepuumäärillä. Merkinnot kuten kuvassa 2.

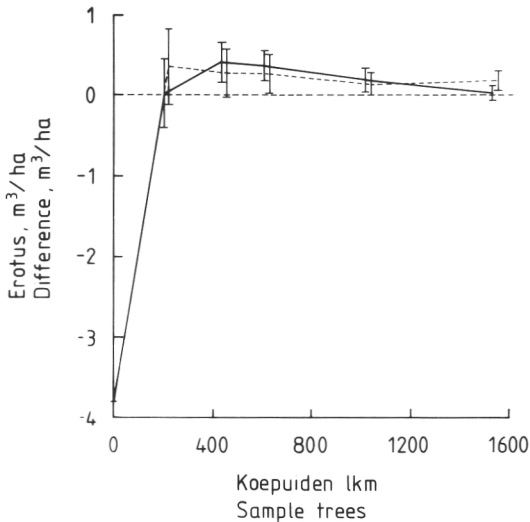
Figure 3. Reliability of tree-wise volume estimates with different number of sample trees. Notation as in Fig. 2. Spruce.

## 72. Keskitilavuusestimaatit

Kuvissa 5, 6 ja 7 ovat puulajeittain sekä runkokäyrämalleilla että tilavuusmalleilla laskettujen laskenta-alueen keskitilavuusestimaattien ja todellisten keskitilavuuksien erotusten keskiarvot (= harhat) ja keskihajonnat eri koepuumäärillä. Männyn ja kuusen tapauksessa saadaan ilman koepuumittauksia selvä aliarvio puuston tilavuudelle molemmilla menetelmillä. Tämä on seurausta siitä, että laskenta-alueen puut ovat solakampia kuin puut keskimäärin valtakunnallisessa aineistossa, josta runkokäyrämallit on laadittu. Koivun tapauksessa ilman koepuumittauksia saatava keskitilavuusestimaatti koko laskenta-alueelle on hieman yliarvio.

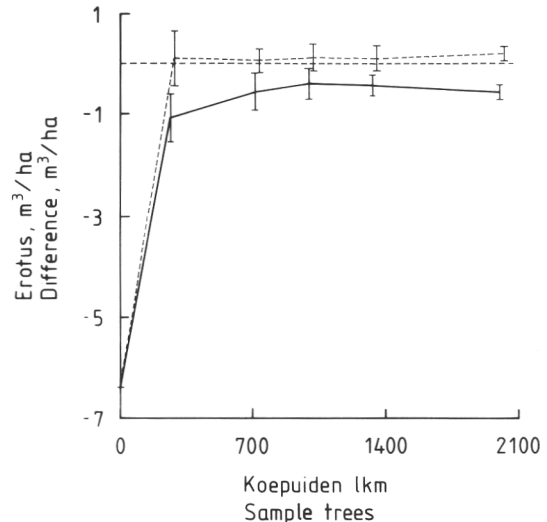
Männyllä runkokäyrämallia käyttämällä saadaan keskitilavuus pienimmällä ja suurimmalla tutkitulla koepuumäärällä luotettavammin kuin kiinteäparametrisellä tilavuusyhtälöllä. Koepuumäärän ollessa noin 350:sta 1100:een ovat runkokäyrämallien antamat keskitilavuusestimaatit kuitenkin selvästi harhaisia.

Kuusen kohdalla runkokäyrämalleilla saadut keskitilavuudet ovat aliarvioita kaikilla tutkituilla koepuumäärillä, mutta koepuiden määrää lisättäessä harha pienenee. Koivun kohdalla tulokset osoittavat, että ilman koepuumittauksia saataisiin ko. laskenta-alueelle keskitilavuusestimaatit luotettavammin kuin mittaamalla vähän koepuita. Kun koepuita mitataan riittävästi, myös



Kuva 5. Männyn keskitilavuusestimaatin poikkeama todellisesta keskitilavuudesta 100 simuloinnissa. Pystysuorat janat kuvaavat erotuksen keskihajontaa. Merkinnot kuten kuvassa 2.

Figure 5. Difference between estimated and true mean volume in 100 simulations. Vertical lines describe the standard deviation of differences. Notation as in Fig. 2. Pine.



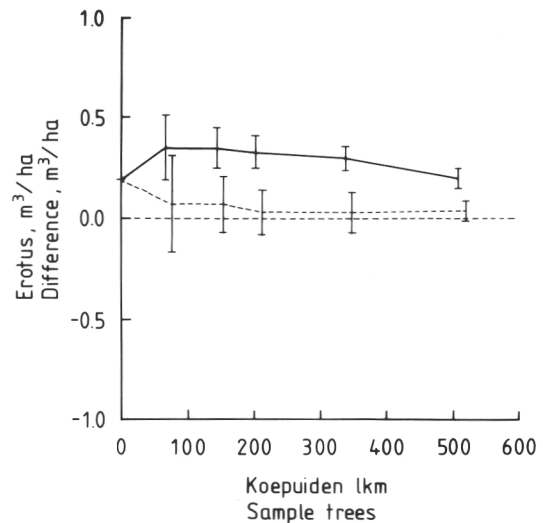
Kuva 6. Kuusen keskitilavuusestimaatin poikkeama todellisesta keskitilavuudesta 100 simuloinnissa. Pystysuorat janat kuvaavat erotuksen keskihajontaa. Merkinnot kuten kuvassa 2.

Figure 6. Difference between estimated and true mean volume in 100 simulations. Vertical lines describe the standard deviation of differences. Notation as in Fig. 2. Spruce.

koivun keskitilavuusestimaatin harha laskee pienemmäksi kuin harha ilman koepuumittauksia.

Kuvissa 5, 6 ja 7 näkyvä todellisen ja estimoidun keskitilavuuden keskimääräinen ero kuvaa osittain samaa asiaa kuin puittaisten tilavuusestimaattien harhat kuvissa 2, 3 ja 4. Täsmälleen samasta asiasta ko. kuvissa ei kuitenkaan ole kysymys, sillä puittaisten tilavuusestimaattien luotettavuutta tarkasteltiin suhteellisten virheiden avulla. Lisäksi keskitilavuuksia laskettaessa yksittäisen puun tilavuutta ja tilavuusestimaattia painotetaan puun pohjapinta-alan käänteisluvulla. Nämä kaksi asiaa selittävät esimerkiksi sen, että koivulla runkokäyrämallin puittaiset tilavuusestimaatit ovat aliarvioita (kuva 4) kun taas keskitilavuusestimaatit ovat yliarvioita (kuva 7).

Yhteenvetona voidaan todeta, että runkokäyrämalleilla saadut keskitilavuusestimaatit ovat yleensä jonkin verran harhaisempia, mutta keskivirheeltään pienempiä kuin kiinteällä tilavuusyhtälöllä saadut estimaatit. Koepuumäärän kasvaessa keskivirheiden ero pienenee. Koska metsäninventoinnissa on tärkeää, että kerran tehty inventointi antaa estimoitaville tunnuksille mahdollisimman lähellä todellisia olevat arvot, on käytettävän estimaattorin valinnassa huomioitava sekä estimaattien varianssi että harha.



Kuva 7. Koivun keskitilavuusestimaatin poikkeama todellisesta keskitilavuudesta 100 simuloinnissa. Pystysuorat janat kuvaavat erotuksen keskihajontaa. Merkinnot kuten kuvassa 2.

Figure 7. Difference between estimated and true mean volume in 100 simulations. Vertical lines describe the standard deviation of differences. Notation as in Fig. 2. Birch.



## 8. Tulosten tarkastelu

### 81. Runkokäyrämalleissa havaitut puutteet

Yksi tutkimuksen tavoitteista oli laatia runkokäyrämallit, joilla voidaan yhdistää tehokkaasti inventoinnissa tehtävät koepuumittaukset ja mallien muodossa oleva ennakkoinformaatio. VMI8:n koepuilla tehtyt puittaiset tarkastelut (kuvat 2–4) viittaavat siihen, että tavoite on saavutettu. Toisaalta keskitilavuusestimaattien tarkastelu osoittaa, että tutkimuksella laadittu menetelmä antaa joissakin tapauksissa harhaisia tuloksia. Keskitilavuusestimaattien harha on ajoittain niin suuri, ettei laadittua menetelmää voida suosittaa inventointitulosten laskentaan.

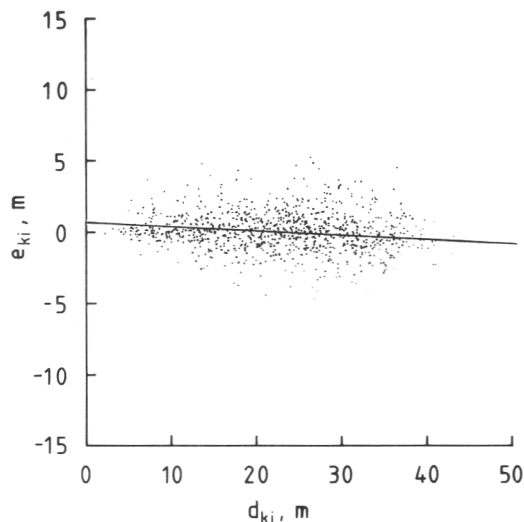
Kuvasta 5 havaitaan, että männyllä pelkän ennakkoinformaation (= runkokäyrämallin ja rinnankorkeusläpimitan) avulla lasketut keskitilavuusestimaatit ovat selviä aliarvioita. Sekamalliteorian mukaan koepuiden mittaamisen tulisi pienentää harhaa siten, että koepuiden määrää lisättäessä harha pienenis, mutta pysyisi jatkuvasti samanmerkkisenä. Koepuumäärää lisättäessä männyn tapauksessa keskitilavuusestimaatit muuttuvat aliarvioista yliarvioiksi. Seuraavassa ilmiölle esitetään selitys tarkastelemalla

yksinkertaisuuden vuoksi tilavuusestimaattien sijasta runkokäyrämallin antamia pituusestimaatteja.

Kuvassa 8 on esitetty lukupuiden pituusestimaattien residuaalit ( $e = h - \hat{h}$ ) läpimitan funktiona, kun jokaiselle koelalle on estimoitu pääkomponentit käyttäen kaikista puista rinnankorkeus- ja yläläpimittaa sekä pituutta. Kuvasta näkyy, että pienille puille pituusestimaatit ovat aliarvioita ja suurille yliarvioita.

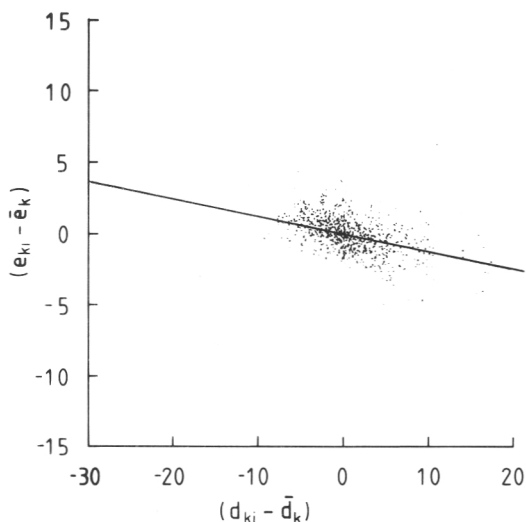
Kuvassa 9 pituusestimaattien poikkeamia on tarkasteltu koelaittain. Kuva on muokattu kuvasta 8 siten, että x-akselin muuttujana on puun läpimitan ja koelan kaikkien puiden keskiläpimitan erotus ja y-akselin muuttujana on pituusestimaatin virheen ja koelan pituusestimaattien virheen keskiarvon erotus. Kuva 9 osoittaa, että metsikkötasolla pituusestimaattien harha läpimitan suhteen on suuri.

Syy kuvan 9 muotoon on se, että runkokäyrämalleissa oleva pituusmalli ei ole oikean muotoinen yksittäiselle metsikölle. Muun muassa Hagberg (1939, ks. Loetsch ym. 1973) on todennut, että läpimitan ja pituuden välinen riippuvuus on eri muotoista yksittäisen metsikön kohdalla tar-



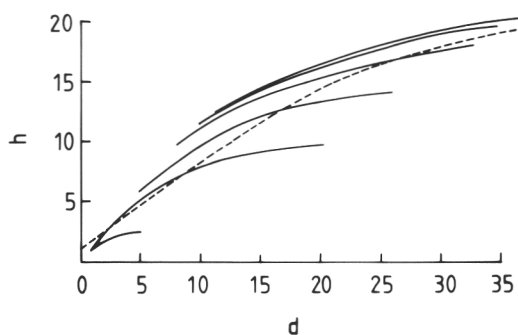
Kuva 8. Lukupuiden pituusestimaattien residuaali  $d$ :n funktiona männyllä, kun pääkomponentit on ennustettu koelan kaikkien puiden avulla.

Figure 8. Residual of the height estimates of tally trees as a function of  $d$ . The random plot effect ( $v$ ) is predicted using all trees on a plot as sample trees. Pine.



Kuva 9. Lukupuiden pituusestimaattien residuaalin ja koelan residuaalin keskiarvon erotus puun läpimitan ja koelan keskiläpimitan erotuksen funktiona.

Figure 9. Difference between residuals of height estimates and plotwise means of residuals as a function of difference between diameter and the mean diameter of a plot.



Kuva 10. Pituuskäyriä eri ikäisissä metsiköissä. Lähde: Loetsch ym. (1973).

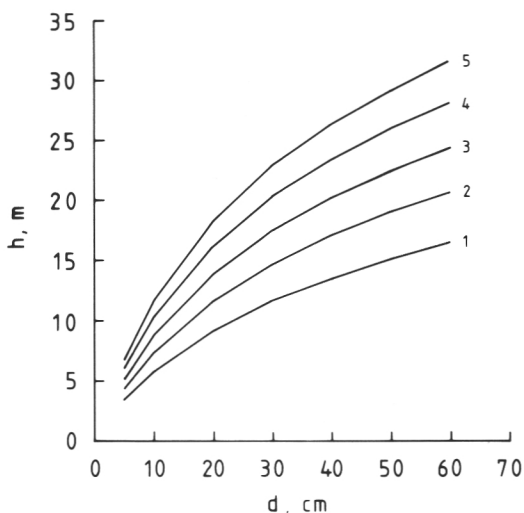
Figure 10. Height curves of different aged stands (Loetsch et al. 1973).

kasteltuna kuin useasta metsiköstä koostuvan aineiston avulla tarkasteltuna. Tätä havainnollistaa kuva 10.

Tässä tutkimuksessa laadittu runkokäyrämalli on tarkoitettu kalibroittamaan metsikkökohtaiseksi mallissa olevan satunnaisvaikutuksen (= pääkomponenttien) avulla. Koealakohtaisen satunnaisvaikutuksen lisääminen pituusestimaatin logaritmiin ei kuitenkaan taivuta runkokäyrämallin pituusyhtälöä metsikkökohtaiseen muotoon; metsikkökohtaisesti tarkasteltuna pituusmalli antaa satunnaisvaikutuksen lisäyksestä huolimatta yliarvioita isoille ja aliarvioita pienille puille. Jos jokaisesta metsiköstä on mitattu esimerkiksi vain yksi koepuu ja koepuiksi sattuu jokin pienimmistä puista, kalibroitu runkokäyrämalli suurimpien puiden suhteen väärin, koska metsikön pituuskäyrä ei ole samanmuotoinen kuin runkokäyrämallin sisältämä pituusyhtälö. Tästä aiheutuva yliarvio ei kumoudu täysin sillä, että jossakin muussa metsikössä koepuiksi sattuu jokin suurimmista puista, sillä pienen koepuun käytöstä aiheutuva yliarvio suurten puiden estimaateissa on absoluuttisissa yksiköissä suurempi kuin ison koepuun käytöstä aiheutuva aliarvio pienten puiden estimaateissa.

Männyn tuloksissa olevan harhan aiheuttajan varmistamiseksi laskettiin lukupuiden tilavuusestimaattien luotettavuus olettaen kultakin koealalta mitatuksi koepuuna läpimitaltaan suurin puu. Tällöin saatiin lukupuiden pituus- ja tilavuusestimaateiksi lieviä aliarvioita. Myös tämä tulos vahvistaa sen, että runkokäyrämallin estimointi metsikön pituuskäyrä on liian jyrkkä.

Kuva 11 esittää männyllä runkokäyrämallin antamat pituusestimaatit  $d$ :n funktiona. Kuvassa oleva pituuskäyrän odotusarvo (käyrä 3) on saatu olettamalla koealakohtainen satunnaisvaikutus



Kuva 11. Männyn runkokäyrämallin antamia pituusestimaatteja pääkomponenttien eri arvoilla. Käyrien numeroita vastaavat pääkomponenttien arvot ovat: 1 =  $(-0.43, 0.03, 0.01, -0.01)$ , 2 =  $(-0.24, 0.02, 0.01, -0.01)$ , 3 =  $(0.0, 0.0, 0.0, 0.0)$ , 4 =  $(0.26, -0.02, -0.01, 0.01)$  ja 5 =  $(0.62, -0.04, -0.01, 0.02)$ .

Figure 11. Height estimates obtained by the taper curve model with different values of the random plot effect. Pine.

nollaksi. Muut pituuskäyrät on piirretty neljän pääkomponentin eri arvoilla. Pääkomponenttien arvot on saatu olettamalla metsiköstä mitatuksi yhdestä puusta pituus. Käyriä 1 ja 2 laskettaessa pituuskoepuu on oletettu keskimääräistä lyhyemmäksi ja käyriä 4 ja 5 laskettaessa keskimääräistä pitemmäksi. Kuva 11 havainnollistaa saman, mikä on nähtävissä yhtälön muodosta — koealakohtaiset pääkomponentit säätävät käyrän tasoa, mutta eivät pysty taivuttamaan pituuskäyrää esimerkiksi sellaisiin muotoihin, joita on kuvassa 10.

Toinen syy pituusestimaattien harhaisuuteen läpimitan suhteen on se, että runkokäyrämallissa käytetään selittäjänä puun kokoa — ei rinnankorkeusläpimittaa. Tämän vuoksi runkokäyrämallin antamat estimaatit ovat harhattomia puun koon suhteen, mutta eivät ole harhattomia rinnankorkeusläpimitan suhteen (Lappi 1986). Lappi (1986) on todennut, että estimointaessa puun kokoa pelkän rinnankorkeusläpimitan avulla saadaan suurilla läpimitoilla yliarvioita koolle, mikä aiheuttaa myös tilavuus- tai pituusestimaattien yliarvioita suurille puille.

Lappi (1986) käytti männyn runkokäyrämallissa puun suhteellista kokoa yhtenä selittäjänä. Myös tätä mallia testattiin VM18-aineistolalla. Saadut keskitilavuusestimaatit olivat harhaisem-

pia kuin tässä tutkimuksessa laaditulla mallilla saadut.

Kuusen tapauksessa keskitilavuusestimaatin harha pienenee odotetusti koepuiden määrää lisättäessä. Koska kuusi on varjopuulaji, sen metsikkökohtainen pituuskäyrä on jyrkempi kuin männyn (Loetsch ym. 1973). Tämän vuoksi laadittu runkokäyrämalli tarkentuu koepuiden määrää lisättäessä odotetulla tavalla.

Koivulla koepuiden mittaaminen lisää keskitilavuusestimaattien harhaa aluksi (ks. kuvaa 7). Tämä on seurausta samasta ilmiöstä, joka on kuvattu männyn kohdalla — runkomuodon metsikkökohtainen kalibroiminen lisää suurien puiden harhaa eikä tämä harha kumoudu täysin pienten puiden vastakkaissuuntaisella harhalla. Kun mitattavien koepuiden määrää lisätään, harha pienenee hitaasti.

## 82. Tutkimuksen suuntaaminen jatkossa

Metsäinventoinnissa käytettävän puustotunnuksen esimaattorin on annettava hyviä estimaatteja. Estimaattorin hyvyys määritetään estimaattien harhan ja keskivirheen yhdistelmänä; pelkkä estimaattorin harhattomuus ei ole riittävä mittari. Hyvän estimaattorin tulisi olla myös tarkentuva; koepuiden määrää lisättäessä estimaattien luotettavuuden pitää parantua. Sekamallitekniikalla laadittu estimaattori on metsikkö- ja puutasolla harhainen, mutta tarkentuva ja varianssiltaan pienempi kuin vastaava kiinteäparametrinen estimaattori.

Tutkimuksen tulokset osoittavat, että sekamallitekniikkaa käyttämällä voidaan pienentää tutkittujen estimaattorien keskivirhettä. Sekamallitekniikan soveltaminen tutkimuksessa esitetyllä tavalla johtaa kuitenkin selvästi harhaisiin tilavuusestimaatteihin.

Runkokäyrämallien laadinnassa yksi tavoite oli laatia mallit, jotka eivät ole sidottuja mihinkään tiettyyn mittaukseen. Tavoite saavutettiin

käyttämällä napakoordinaatistoesitystä ja valitsemalla kiinteäksi selittäjäksi puun koko. Seuraus puun koon käyttämisestä selittäjänä oli, että malli ei ole harhaton puusta mitattujen tunnus-ten suhteen. Sovellusten kannalta on kuitenkin usein keskeistä, että estimaatit ovat harhattomia mittausten suhteen. Esimerkiksi VMI:ssa puiden valinnassa käytetään relaskooppia, jolloin siirryttäessä puukohtaisista estimaateista hehtaarikohtaisiin estimaatteihin yksittäisiä puita on painotettava näiden poikkileikkausalan käänteisluvulla (Kuusela 1966). Jos yksittäisten puiden estimaatit eivät ole harhattomia läpimitan suhteen, voivat hehtaarikohtaiset estimaatit olla hyvinkin paljon harhaisia.

Rinnankorkeusläpimitta on vakiintunut puusta useimmin mitattavaksi tunnukseksi. Runkokäyrämallin käytettävyys ei juurikaan huononi- si, jos malleissa olisi kiinteänä selittäjänä rinnankorkeusläpimitta. Rinnankorkeusläpimitan käyttämisellä saavutettaisiin toinenkin etu: runkokäyrämalliin voitaisiin tällöin lisätä satunnainen  $d$ :stä riippuva parametri. Tämä tekisi mallin entistä joustavammaksi, jolloin se todennäköisesti olisi mahdollista kalibroida metsikkökohtaiseksi entistä luotettavammin.

Runkokäyrämallien kalibroiminen on ongelmallista koealoilla, joilta ei ole mitattu koepuita. Tässä tutkimuksessa ongelma ratkaistiin Kilkin & Lapin (1987) esittämään tapaan regressiomalleilla. Malleissa selitettävänä muuttujina käytettävät pääkomponenttiestimaatit sisältävät satunnaisvirhettä, jonka suuruus riippuu muun muassa koealalta mitattujen koepuiden määrästä. Koska toisaalta koepuiden määrä riippuu puuston tiheydestä ja toisaalta puun runkomuoto riippuu puuston tiheydestä, pääkomponenttimallit eivät välttämättä estimoi harhattomasti puun runkomuotoa. Pääkomponenttien ennustamisessa tulee jatkossa selvittää Lapin (1990) esittämää menetelmää koealakohtaisten satunnaisparametrien ennustamiseksi.



# Kirjallisuus

- Henttonen, H. 1989. Ikä- ja pituusmallit. Moniste. Metsäntutkimuslaitos, Helsinki. 14 s.
- Hicks, C.R. 1973. Fundamental concepts in the design of experiments. Holt, Rinehart and Winston, New York. 308 s.
- Kilki, P. 1983. Sample trees in timber volume estimation. Seloste: Koepuut puuston tilavuuden estimoinnissa. Acta Forestalia Fennica 182. 35 s.
- & Lappi, J. 1987. Estimation of taper curve using stand variables and sample tree measurements. Scandinavian Journal of Forest Research 2:121–126.
- Kuusela, K. 1966. A basal area-mean tree method in forest inventory. Seloste: Pohjapinta-alakeskipuunemetelmä metsäinventoinnissa. Communicationes Instituti Forestalis Fenniae 61(2).
- Laasasenaho, J. 1982. Taper curve and volume functions for pine spruce and birch. Seloste: Männyn, kuusen ja koivun runkokäyrä- ja tilavuusyhtälöt. Communicationes Instituti Forestalis Fenniae 108. 74 s.
- Lahtinen, A. & Laasasenaho, J. 1979. On the construction of taper curves by using spline functions. Seloste: Runkokäyrän muodostaminen splinifunktiolla. Communicationes Instituti Forestalis Fenniae 95(8). 63 s.
- Lappi, J. 1986. Mixed linear models for analyzing and predicting stem form variation of Scots pine. Seloste: Männyn runkomuodon analysointi ja ennustaminen lineaaristen sekamallien avulla. Communicationes Instituti Forestalis Fenniae 134. 69 s.
- 1990. Statistical methods for changing and non-homogeneous forests. Proceedings of XIXth IUFRO World Congress. Division 6. Montreal, Canada. s. 115–122.
- Loetsch, F. Zöhrer, F. & Haller, K.E. 1973. Forest inventory. Vol. II. BLV Verlagsgesellschaft, München. 469 s.
- Pekkonen, T. 1983. Leimikon puuston tilavuuden arviointi regressioennustinta käyttäen. Metsäntutkimuslaitoksen tiedonantoja 86. 63 s.
- Searle, S.R. 1971. Linear models. John Wiley, New York. 532 s.
- Valtakunnan metsien 8. inventoinnin maastotyöohjeet. 1989. Moniste. Metsäntutkimuslaitos, Helsinki. 96 s.

Total of 13 references

## Summary

### Using taper curve models based on mixed linear models in forest inventory

#### Introduction

In forest inventory, characteristics describing the growing stock are nowadays estimated with methods based on tree-wise models. Stand volume tables and stand volume functions are used only when rough estimates are needed quickly. When tree-wise methods are used diameter distribution of a stand or a plot is necessary. The distribution can be measured or derived from theoretical models. When the diameter distribution is measured or estimated the total volume can be calculated from the sum of volumes estimated for single trees. (Kilki 1983).

The volume of a tree can be estimated using volume functions or taper curve models. If taper curve models are used the volumes of different timber assortments can also be calculated. To estimate the volume with a taper curve model estimates of the squares of diameters at different heights are needed. Since taper curve models usually estimate the diameters at different heights the residual variances of the diameter estimates are required to calculate an unbiased volume estimate. (Lappi 1986).

In order to minimize the cost of an inventory a sample

of the growing stock is taken at two phases. First, so-called tally trees are measured to estimate the diameter distribution. Then, the height and possibly one upper diameter are measured from some of the tally trees to describe the form of the trees. The number of sample trees needed depends on:

- 1) the reliability of the result required,
- 2) the reliability and accuracy of the models, and
- 3) the efficiency of the method used to utilize sample tree measurements.

In this paper taper curve models for Scots pine (*Pinus sylvestris*), Norway spruce (*Picea abies*) and birch (*Betula pendula* and *B. pubescens*) are presented. The goal of the study was to build models which make it possible to combine the sample tree measurements and prior information (models) efficiently. To achieve this the mixed linear model technique described by Lappi (1986) has been applied in the construction of the models.

The use of the taper curve models is studied using data from the 8<sup>th</sup> National Forest Inventory (NFI8) of Finland. The reliability and accuracy of the volume estimates for

single trees and for the whole area are studied. The effect of the number of sample tree measurements is also studied.

## Study material

The taper curve models were built using material collected by the Department of Forest Inventory and Yield of the Finnish Forest Research Institute. Data was collected in the period 1968–1970 (Laasasenaho 1982). The data consisted of 2034 pines on 593 plots, 1667 spruces on 487 plots and 602 birches on 200 plots.

The sample tree plots were selected from the plots of the fifth National Forest Inventory of Finland. Thus, the material represents all of Finland. Sample trees on each plot were selected using a relascope (factor 2). One to five trees were measured on each plot. (Laasasenaho 1982).

Diameters at breast height and at the height of six meters were recorded for every sample tree. Diameters at the relative heights of 1, 2.5, 5, 7.5, 10, 15, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 and 90 % were also measured. Other tree-wise characteristics measured included for example, stump height, total height, height of the living crown and tree age. The volumes of the trees were calculated using spline functions. (Laasasenaho 1982).

The reliability of the taper curve models was tested using both the above mentioned data and data measured at the NFI8. Only sample trees measured in south west Finland were selected from the NFI8 data. This data was collected in the years 1986–1987 (Valtakunnan metsien ... 1986).

Several characteristics describing the site and stand — for example, site class, stand age, basal area and height above sea level — were recorded on the NFI8 sample tree plots. Sample trees were selected with a relascope and  $d$ ,  $d_6$  and height measured. In this study dead and broken trees were rejected. Thus, the test data consisted of 3061 pines on 623 plots, 4088 spruces on 634 plots and 1019 birches on 379 plots.

## Methods

### *Modelling the tapering of a stem*

Taper curve models were built using the method described by Lappi (1986). In this method the so-called polar coordinate system is applied — tree dimensions are stated as diameters or rays at different angles (Sloboda 1977). Diameter can be expressed as a function of the angle and ray (see Fig. 1):

$$D(u) = \cos(u) * R(u),$$

or as a function of the angle and height:

$$D(u) = h(u)/\tan(u),$$

where  $u$  = the angle in degrees,

$h(u)$  = the height corresponding to the angle and

$R(u)$  = the ray corresponding to the angle.

The polar coordinate system is presented in Fig. 1.

The taper curve of a stem was described with 13 equations — 12 for estimating diameters at certain angles (later called knot angles) and one for estimating the height of a tree. Knot angles were: 0.25, 0.7, 1.5, 3, 5, 8, 14, 21, 31, 41, 56 and 72 degrees (Lappi 1986).

The diameter of a stem at a certain height depends on the size and form of the tree. In this study the size of a tree is determined as the mean of diameters at the previously-mentioned knot angles. Following function was selected to estimate the diameters at different angles.

$$d_{ki}(u) = a_0(u) + a_1(u)s_{ki} + a_2(u)s_{ki}^2 + v_k(u) + e_{ki}(u),$$

where  $d_{ki}(u)$  = the logarithmic diameter at angle  $u$  of the  $i^{\text{th}}$  tree at the  $k^{\text{th}}$  plot,

$s_{ki}$  = the size of the  $i^{\text{th}}$  tree at the  $k^{\text{th}}$  plot,

$a_0(u)$ ,  $a_1(u)$  and  $a_2(u)$  are parameters,

$v_k(u)$  is a random stand effect, and

$e_{ki}(u)$  a random tree effect.

The function above consists of two main components: a fixed and a random component. Random effects (the standwise  $v$ -terms and tree-wise  $e$ -terms) were added because the residuals of each diameter function are correlated within a stand and residuals of functions of different heights are correlated within a tree.

The fixed parameters ( $a_0$ – $a_2$ ) were estimated using GLS (generalized least squares). The variances and covariances of the random effects ( $v$  and  $e$ ) were estimated by methods described by Lappi (1986).

The diameter functions estimate the height of a tree and diameters at 12 different angles. The total volume or diameter at any height of the stem was derived from these estimates using cubic spline functions (Lahtinen & Laasasenaho 1979).

### Study of the use of the taper curve models

One goal of the study was to study how these taper curve models based on mixed linear models can be used in forest inventory. Sample tree selections with a varying number of measured sample trees were simulated using the NFI8 sample tree data. In these simulations the 'true' total volume of the inventory area was obtained using all the measurements ( $d$ ,  $d_6$ , and  $h$ ) of all the trees. The taper curve models built in this study were calibrated plotwise assuming that some of trees were measured as sample trees (=  $d$ ,  $d_6$ , and  $h$  measured) and the rest of the trees as tally trees (= only  $d$  measured).

Calibration of the taper curve model was studied assuming that every 15<sup>th</sup>, 7<sup>th</sup>, 5<sup>th</sup>, 3<sup>rd</sup>, and 2<sup>nd</sup> tree measured was a sample tree. Sample trees were selected at random from each plot. Each sample was repeated 100 times to study the effect of selection of sample trees.

The standard deviation and mean of differences of true and estimated volumes of tally trees were calculated and presented as a function of the number of sample trees. The reliability of the mean volume estimate (m<sup>3</sup>/ha) was also calculated.

Results obtained with the taper curve models were compared with those obtained using simple volume functions. In each inventory iteration, functions estimating the stem volume ( $v = f(d)$ ) were estimated using data of sample tree measurements. To improve results sample tree data were divided into strata, e.g., by the site classes of the plots. Parameters of the volume function were estimated separately for each stratum.

## Taper curve models for pine, spruce and birch

Parameter estimates for functions estimating the diameters at different angles are presented in Table 1. The standard deviations and correlations of the random effects (v- and e-terms) at different angles are presented in Appendices 1, 2 and 3. The standard deviations of the v- and e-terms can be interpreted as the relative plotwise and treewise standard error components of the diameter functions because the functions are logarithmic.

The size (s) of a tree is used as a fixed independent variable in the selected taper curve model. In applications, however, only the fixed parameters ( $a_0$ ,  $a_1$  and  $a_2$ ) and the variances of the random effects are known. The size of a tree and value of the plotwise random effect are not known. The size variable can be estimated if one diameter at any height of the stem is known. The plotwise random effect can be predicted if at least two diameters (or one diameter and the height) are known for at least one tree on a plot. The prediction process is based on general theory of mixed linear models and is presented in detail in Lappi (1986).

## Reliability of the taper curve models

The reliability of the taper curve model was studied using biases and standard errors of the diameter and volume estimates when different variables were measured. Only absolute biases and standard errors are presented for the diameter estimates. Relative errors are also presented for the volume estimates. The relative errors are calculated using both the true and estimated volume as divisors. The standard error estimates are divided into plotwise and treewise components (see e.g. Searle 1971).

The reliability of the diameter estimates was studied

assuming a) only the diameter and b) the diameter and height to be known. The results are presented in Tables 2 and 3, respectively. Taper curve models are practically unbiased and the standard errors about equal to those obtained by Laasasenaho (1982).

The reliability of the volume estimates was studied in the following cases:

- 1) only d was measured,
- 2) d and h were measured,
- 3) d, d<sub>6</sub> and h were measured, and
- 4) only d was measured for all trees and d, d<sub>6</sub> and h were measured for one tree on each plot.

The standard errors and biases of the volume estimates are presented in Table 4. The volume estimates are practically unbiased when the height of the tree is known. The calibration of the taper curve model with one sample tree (case 4 in the list above) significantly reduces the standard errors. In this case however, the volume estimates are somewhat biased, if the bias is measured by the mean of relative errors using estimated volume as a divisor. This is due to the fact that the taper curve model is based on the size (s) of the tree. Thus, the model gives unbiased results in respect to the size, but not in respect to the measurements (see Lappi 1986).

## Results

When the taper curve models built in this study were tested using NF18 data, both treewise volume estimates and mean volume estimates (m<sup>3</sup>/ha) were studied. Treewise root mean square errors and biases are presented in Figures 2, 3 and 4 for pine, spruce and birch, respectively. The results obtained with volume functions are also presented in these figures. The results show that taper curve models based on mixed linear models can be calibrated efficiently with fewer sample tree measurements than volume functions based on fixed regressors.

The results of the mean volume estimates (Figures 5, 6 and 7) show that taper curve models give biased estimates, especially for birch. The standard errors for the mean volume estimates obtained with taper curve models are lower than the standard errors for the volume functions. However, in some cases the biases are so high, that the taper curve models built in this study cannot be recommended.

## Conclusions

The results presented in Chapter 6 show that the calibration of the taper curve model using few sample trees leads to biased mean volume estimates. The bias is caused by two factors.

- 1) The diameter models were built using the size of a

tree as a fixed regressor. Thus, the taper curve estimates are not unbiased in respect to the measured diameters. When the mean volume estimates are calculated, the volume estimates of single trees (selected by a relascope) are multiplied by a factor which is dependent on the basal area of the tree. Thus, if volume estimates of single trees are biased in respect to the diameter at breast height, the mean volume estimate can be remarkably biased.

- 2) The relative size of a tree is not taken into account in the diameter functions. Thus, for example, the height function is too 'steep': it underestimates the heights

of small trees and overestimates the heights of big trees. The random plotwise effect in the height function cannot eliminate this bias.

The results of this study indicate that mixed linear models form an efficient method for combining sample tree measurements and a priori information. The taper curve models presented in this study, however, need to be reconstructed to guarantee unbiased results. It is probable that the use of diameter at breast height as a fixed regressor instead of the size parameter would lead to better results.

**Liite 1.** Männyn läpimittayhtälöiden satunnaistekijöiden korrelaatiomatriisit. Diagonaaleilla olevat hajonnat on kerrottu 100:lla.

**Appendix 1.** Correlation matrices of plotwise and treewise random effects. The diagonal elements are standard deviations multiplied by 100. Pine.

Kulma Angle	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Koealakohtainen tekijä – Plotwise random effect													
1	7.56	0.98	0.94	0.91	0.91	0.88	0.80	0.37	–.88	–.93	–.95	–.95	–.95
2		6.76	0.98	0.95	0.93	0.88	0.76	0.29	–.92	–.95	–.96	–.96	–.95
3			6.68	0.99	0.96	0.92	0.80	0.31	–.94	–.98	–.97	–.97	–.95
4				6.20	0.99	0.96	0.85	0.38	–.94	–.99	–.98	–.97	–.96
5					6.06	0.99	0.90	0.48	–.91	–.98	–.99	–.98	–.97
6						5.53	0.96	0.60	–.85	–.96	–.98	–.97	–.97
7							3.89	0.81	–.69	–.86	–.91	–.91	–.91
8								1.93	–.11	–.40	–.50	–.53	–.54
9									3.14	0.95	0.90	0.87	0.85
10										6.03	0.99	0.97	0.95
11											9.26	0.99	0.98
12												11.32	0.99
13													12.99
Puukohtainen tekijä – Treewise random effect													
1	6.51	0.81	0.57	0.44	0.32	0.21	0.01	–.25	–.58	–.66	–.65	–.62	–.59
2		5.27	0.85	0.65	0.52	0.38	0.12	–.25	–.70	–.80	–.80	–.76	–.72
3			4.90	0.82	0.70	0.53	0.25	–.15	–.67	–.82	–.84	–.81	–.79
4				4.24	0.85	0.71	0.42	–.01	–.60	–.79	–.85	–.84	–.81
5					3.98	0.80	0.53	0.09	–.52	–.75	–.81	–.80	–.78
6						3.63	0.65	0.25	–.38	–.63	–.74	–.75	–.73
7							3.19	0.56	–.03	–.37	–.53	–.58	–.59
8								2.77	0.45	0.12	–.12	–.22	–.25
9									3.18	0.77	0.57	0.45	0.39
10										4.22	0.86	0.76	0.71
11											5.60	0.94	0.90
12												6.76	0.97
13													7.50



**Liite 2.** Kuusen läpimittayhtälöiden satunnaistekijöiden korrelaatiomatriisit. Diagonaaleilla olevat hajonnat on kerrottu 100:lla.

**Appendix 2.** *Correlation matrices of plotwise and treewise random effects. The diagonal elements are standard deviations multiplied by 100. Spruce.*

Kulma Angle	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Koealakohtainen tekijä – Plotwise random effect													
1	7.10	0.94	0.81	0.76	0.71	0.67	0.40	–.66	–.83	–.83	–.84	–.85	–.89
2		5.42	0.95	0.87	0.82	0.77	0.48	–.72	–.92	–.92	–.93	–.93	–.92
3			5.47	0.96	0.93	0.89	0.61	–.69	–.96	–.97	–.97	–.96	–.92
4				5.05	0.99	0.94	0.69	–.61	–.95	–.98	–.97	–.96	–.90
5					4.53	0.98	0.77	–.51	–.92	–.96	–.96	–.95	–.89
6						3.64	0.85	–.38	–.87	–.93	–.95	–.94	–.88
7							1.85	0.11	–.52	–.66	–.73	–.74	–.69
8								1.52	0.79	0.67	0.58	0.53	0.48
9									3.41	0.98	0.95	0.91	0.85
10										4.88	0.99	0.96	0.90
11											6.34	0.99	0.94
12												7.30	0.97
13													8.34
Puukohtainen tekijä – Treewise random effect													
1	7.51	0.81	0.43	0.34	0.20	0.09	–.16	–.43	–.62	–.65	–.61	–.56	–.52
2		5.17	0.80	0.55	0.39	0.25	–.09	–.48	–.76	–.81	–.77	–.71	–.65
3			4.90	0.78	0.65	0.48	0.13	–.32	–.70	–.80	–.80	–.77	–.73
4				4.14	0.83	0.68	0.33	–.15	–.62	–.77	–.82	–.81	–.77
5					3.90	0.82	0.54	0.03	–.48	–.69	–.78	–.79	–.76
6						3.46	0.67	0.22	–.32	–.56	–.70	–.72	–.71
7							2.88	0.62	0.12	–.19	–.41	–.50	–.51
8								2.56	0.61	0.35	0.10	–.04	–.10
9									3.02	0.84	0.66	0.50	0.42
10										3.85	0.88	0.77	0.68
11											5.08	0.93	0.85
12												6.24	0.95
13													7.04

**Liite 3.** Koivun läpimittayhtälöiden satunnaistekijöiden korrelaatiomatriisit. Diagonaaleilla olevat hajonnat on kerrottu 100:lla.

**Appendix 3.** Correlation matrices of plotwise and treewise random effects. The diagonal elements are standard deviations multiplied by 100. Birch.

Kulma Angle	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Koealakohtainen tekijä – Plotwise random effect													
1	6.99	0.96	0.81	0.75	0.66	0.66	0.57	0.30	–.82	–.87	–.85	–.85	–.83
2		5.17	0.93	0.86	0.78	0.75	0.64	0.33	–.89	–.95	–.93	–.92	–.88
3			4.55	0.97	0.90	0.87	0.77	0.43	–.83	–.97	–.96	–.94	–.91
4				4.48	0.96	0.92	0.86	0.57	–.73	–.95	–.96	–.96	–.94
5					3.91	0.97	0.94	0.67	–.61	–.89	–.94	–.94	–.93
6						3.35	0.98	0.82	–.48	–.84	–.93	–.95	–.94
7							2.60	0.84	–.32	–.74	–.86	–.89	–.89
8								1.70	0.03	–.39	–.59	–.65	–.67
9									1.70	0.88	0.78	0.69	0.62
10										3.58	0.98	0.94	0.88
11											6.45	0.99	0.94
12												8.59	0.98
13													10.22
Puukohtainen tekijä – Treewise random effect													
1	7.76	0.86	0.46	0.29	0.16	0.07	–.12	–.36	–.55	–.60	–.62	–.59	–.53
2		5.50	0.80	0.46	0.30	0.15	–.07	–.41	–.67	–.74	–.74	–.69	–.64
3			5.06	0.69	0.52	0.35	0.08	–.30	–.64	–.75	–.75	–.70	–.67
4				4.45	0.75	0.63	0.33	–.05	–.51	–.71	–.75	–.76	–.74
5					3.92	0.72	0.53	0.13	–.41	–.65	–.69	–.72	–.72
6						3.97	0.62	0.28	–.28	–.56	–.62	–.66	–.65
7							3.34	0.53	–.02	–.29	–.41	–.46	–.48
8								3.02	0.44	0.15	0.01	–.11	–.15
9									3.41	0.73	0.55	0.43	0.36
10										4.31	0.83	0.74	0.68
11											5.44	0.89	0.82
12												6.57	0.92
13													7.07

**Liite 4.** Koealakohtaisen satunnaistekijän kovarianssimatriisista lasketut ominaisvektorit ja -arvot.

**Appendix 4.** Eigenvectors and eigenvalues calculated from the covariance matrix of plotwise random effect.

Kulma Angle	1	2	3	4
Ominaisvektorit MÄNTY – Eigenvectors PINE				
1	0.279	0.311	–0.545	–0.514
2	0.252	0.420	–0.179	0.101
3	0.251	0.309	0.195	0.318
4	0.235	0.112	0.357	0.260
5	0.230	–0.077	0.321	–0.007
6	0.207	–0.276	0.234	–0.149
7	0.134	–0.438	0.031	–0.259
8	0.036	–0.423	–0.115	–0.116
9	–0.109	–0.267	–0.261	0.272
10	–0.227	–0.113	–0.331	0.344
11	–0.355	0.054	–0.160	0.272
12	–0.435	0.143	0.107	–0.100
13	–0.496	0.245	0.346	–0.422
Ominaisarvot (suluissa osuudet varianssista,%) Eigenvalues (percentages of the variance in brackets)				
	0.0674 (96.2)	0.0015 (2.1)	0.0008 (1.2)	0.0002 (0.3)
Ominaisvektorit KUUSI – Eigenvectors SPRUCE				
1	0.344	0.714	0.013	–0.448
2	0.281	0.280	0.223	0.325
3	0.287	–0.110	0.282	0.539
4	0.263	–0.268	0.174	0.036
5	0.231	–0.327	0.018	–0.158
6	0.180	–0.304	–0.115	–0.267
7	0.067	–0.208	–0.296	–0.202
8	–0.050	–0.094	–0.373	–0.085
9	–0.174	0.043	–0.367	0.136
10	–0.258	0.127	–0.268	0.271
11	–0.339	0.162	–0.071	0.235
12	–0.392	0.118	0.183	–0.056
13	–0.439	–0.134	0.596	–0.326
Ominaisarvot (suluissa osuudet varianssista,%) Eigenvalues (percentages of the variance in brackets)				
	0.0341 (91.4)	0.0019 (5.0)	0.0008 (2.3)	0.0003 (0.7)
Ominaisvektorit KOIVU – Eigenvectors SPRUCE				
1	0.326	0.687	–0.333	–0.189
2	0.258	0.366	0.100	0.132
3	0.231	0.020	0.409	0.351
4	0.228	–0.143	0.335	0.231
5	0.193	–0.260	0.192	–0.017
6	0.165	–0.258	–0.016	–0.236
7	0.119	–0.265	–0.096	–0.230
8	0.053	–0.226	–0.209	–0.314
9	–0.067	–0.186	–0.281	–0.054
10	–0.181	–0.102	–0.340	0.118
11	–0.338	0.012	–0.290	0.439
12	–0.454	0.113	0.052	0.288
13	–0.533	0.243	0.478	–0.519
Ominaisarvot (suluissa osuudet varianssista,%) Eigenvalues (percentages of the variance in brackets)				
	0.0355 (91.5)	0.0021 (5.5)	0.0008 (2.0)	0.0003 (0.8)

**Liite 5.** VMI8-aineistosta laaditut pituusmallit.  
**Appendix 5.** Height models estimated from the NFI8 data.

Malli – Model:  $\ln(h - 1.3) = a_0 + a_1 \cdot 1/(d+5) + a_2 \cdot 1/(d+5)^2$

Kertoimet – Parameters:	$a_0$	$a_1$	$a_2$
Mänty – Pine	3,59	-24,67	-1,67
Kuusi – Spruce	3,71	-22,88	-24,75
Koivu – Birch	3,47	-16,36	-10,76





# METSÄNTUTKIMUSLAITOS *THE FINNISH FOREST RESEARCH INSTITUTE*

## Tutkimusosastot — *Research Departments*

Maantutkimusosasto  
*Department of Soil Science*

Suontutkimusosasto  
*Department of Peatland Forestry*

Metsänhoidon tutkimusosasto  
*Department of Silviculture*

Metsänjalostuksen tutkimusosasto  
*Department of Forest Genetics*

Metsänsuojelun tutkimusosasto  
*Department of Forest Protection*

Metsäteknologian tutkimusosasto  
*Department of Forest Technology*

Metsänarvioimisen tutkimusosasto  
*Department of Forest Inventory and Yield*

Metsäekonomian tutkimusosasto  
*Department of Forest Economics*

Matemaattinen osasto  
*Department of Mathematics*

## Metsäntutkimusasemat — *Research Stations*

Parkanon tutkimusasema  
*Parkano Research Station*  
Os. — Address: 39700 Parkano, Finland  
Puh. — Phone: (933) 82 912

Muhoksen tutkimusasema  
*Muhos Research Station*  
Os. — Address: Kirkkosaarentie, 91500 Muhos, Finland  
Puh. — Phone: (981) 5331 404

Suonenjoen tutkimusasema  
*Suonenjoki Research Station*  
Os. — Address: 77600 Suonenjoki, Finland  
Puh. — Phone: (979) 1381

Punkaharjun tutkimusasema  
*Punkaharju Research Station*  
Os. — Address: 58450 Punkaharju, Finland  
Puh. — Phone: (957) 314 241

Ojajoen koeasema  
*Ojajoki Field Station*  
Os. — Address: 12700 Loppi, Finland  
Puh. — Phone: (914) 40 356

Kolarin tutkimusasema  
*Kolari Research Station*  
Os. — Address: 95900 Kolari, Finland  
Puh. — Phone: (9695) 61 401

Rovaniemen tutkimusasema  
*Rovaniemi Research Station*  
Os. — Address: PL 16  
96301 Rovaniemi, Finland  
Puh. — Phone: (960) 15 721

Joensuun tutkimusasema  
*Joensuu Research Station*  
Os. — Address: PL 68  
80101 Joensuu, Finland  
Puh. — Phone: (973) 1514 000

Kannuksen tutkimusasema  
*Kannus Research Station*  
Os. — Address: PL 44  
69101 Kannus, Finland  
Puh. — Phone: (968) 71 161

Ruotsinkylän jalostuskoeasema  
*Ruotsinkylä Field Station*  
Os. — Address: 01590 Maisala, Finland  
Puh. — Phone: (90) 824 420



1991

- No 768 Saarsalmi, Anna, Palmgren, Kristina & Levula, Teuvo: Harmaalepän vesojen biomassan tuotos ja ravinteiden käyttö.  
Biomass production and nutrient consumption of the sprouts of *Alnus incana*.
- No 769 Silfverberg, Klaus & Issakainen, Jorma: Tuhkalannoituksen vaikutukset metsämarjoihin.  
Effects of ash fertilization on forest berries.
- No 770 Lipponen, Katriina: Juurikäävän kantotartunta ja sen torjunta ensiharvenusmetsiköissä.  
Stump infection by *Heterobasidion annosum* and its control in stands at the first thinning stage.
- No 771 Selander, Jukka & Immonen, Auli: Lannoituksen vaikutus männyntaimen tuhonalttiuteen tukkimiehentäille  
Effect of fertilization on the susceptibility of Scots pine seedlings to the large pine weevil, *Hylobius abietis*.
- No 772 Sirén, Matti (toim.) Flerträdsteknik och skonsamma maskiner i förstagallring. Slutrapport från ett av Nordiska Skogsarbetsstudiernas Råd (NSR) genomfört forskningsprojekt, 1987 – 1989.  
Puiden joukkokäsittely ja kevyt teknologia ensiharvennuksissa.  
Yhteispohjoismaisen NSR-projektin loppuraportti, 1987 – 1989.  
Multi-tree processing and light technology in first thinnings.  
Final report for a research project of the Nordic Research Council on Forest Operations (NSR), 1987 – 1989.
- No 773 Hakkila, Pentti: Hakkuupoistuman latvusmassa.  
Crown mass of trees at the harvesting phase.
- No 774 Korhonen, Kari T.: Sekamalliteknikalla laadittujen runkokäyrämallien käyttö metsäinventoinnissa.  
Using taper curve models based on mixed linear models in forest inventory.